

**MỤC LỤC**

	<b>Trang</b>
• Tóm tắt kiến thức	2
• Các bài toán về điểm và đường thẳng	4
• Các bài toán về tam giác	6
• Các bài toán về hình chữ nhật	13
• Các bài toán về hình thoi	16
• Các bài toán về hình vuông	17
• Các bài toán về hình thang, hình bình hành	19
• Các bài toán về đường tròn	21
• Các bài toán về ba đường conic	31

Upload By TaiLieuTHPT.Net

### 1. Phương trình đường thẳng

- đường thẳng đi qua điểm  $A(x_o; y_o)$  và có VTCP  $\vec{u}=(a;b)$  có PTTS là 
$$\begin{cases} x = x_o + at \\ y = y_o + bt \end{cases}$$
- đường thẳng đi qua điểm  $A(x_o; y_o)$  và có VTPT  $\vec{n}=(a;b)$  có PTTQ là  $a(x-x_o)+b(y-y_o)=0$ .
- đường thẳng đi qua hai điểm  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$  có phương trình: 
$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$$
.
- đường thẳng đi qua hai điểm  $A(a;0)$  và  $B(0;b)$  với  $a \neq 0$  và  $b \neq 0$  có phương trình:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .
- đường thẳng song song hoặc trùng với  $Oy$  có phương trình là  $ax + c = 0$  ( $a \neq 0$ ).
- đường thẳng song song hoặc trùng với  $Ox$  có phương trình là  $by + c = 0$  ( $b \neq 0$ ).
- đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  có phương trình là  $ax + by = 0$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ ).
- nếu  $(d)$  vuông góc với  $(d')$ :  $ax + by + c = 0$  thì  $(d)$  có phương trình là  $bx - ay + m = 0$ .
- nếu  $(d)$  song song với  $(d')$ :  $ax + by + c = 0$  thì  $(d)$  có phương trình là  $ax + by + m = 0$  ( $m \neq c$ ).
- đường thẳng có hệ số góc  $k$  có phương trình là  $y = kx + b$ .
- đường thẳng đi qua điểm  $A(x_o; y_o)$  và có hệ số góc  $k$  có phương trình là  $y - y_o = k(x - x_o)$ .
- $(d): y = kx + b$  vuông góc với  $(d'): y = k'x + b' \Leftrightarrow k.k' = -1$ .
- $(d): y = kx + b$  song song với  $(d'): y = k'x + b' \Rightarrow k = k'$ .

### 2. Khoảng cách và góc

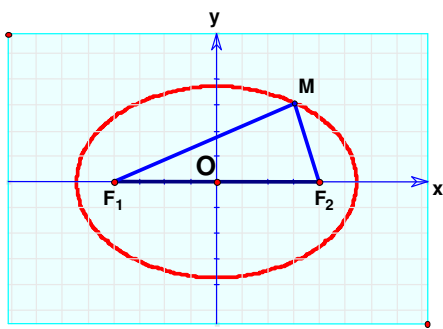
- khoảng cách từ  $A(x_o; y_o)$  đến  $(\Delta): ax + by + c = 0$  tính bởi công thức:  $d(A, \Delta) = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
- $M, N$  ở cùng phía đối với đường thẳng  $(\Delta): ax + by + c = 0 \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$
- $M, N$  ở khác phía đối với đường thẳng  $(\Delta): ax + by + c = 0 \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$
- cho hai đường thẳng  $(\Delta): ax + by + c = 0$  và  $(\Delta'): a'x + b'y + c' = 0$  thì:
  - ❖ phương trình hai đường phân giác của các góc tạo bởi  $\Delta$  và  $\Delta'$  là  $\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \pm \frac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$
  - ❖  $\cos(\widehat{\Delta; \Delta'}) = \frac{|aa' + bb'|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2}}$
  - ❖  $\Delta \perp \Delta' \Leftrightarrow aa' + bb' = 0$ .

### 3. Đường tròn

- đường tròn  $(C)$  tâm  $T(x_o; y_o)$ , bán kính  $R$  có phương trình là  $(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 = R^2$ .
- phương trình  $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$  với  $a^2 + b^2 - c > 0$  là phương trình của một đường tròn với tâm  $T(-a; -b)$  và bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ .
- cho đường thẳng  $(\Delta): ax + by + c = 0$  và đường tròn  $(C)$  có tâm  $T(x_o; y_o)$  và bán kính  $R$ . Lúc đó:

$$(\Delta) \text{ tiếp xúc } (C) \Leftrightarrow d(T; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = R.$$

4. Đường elip



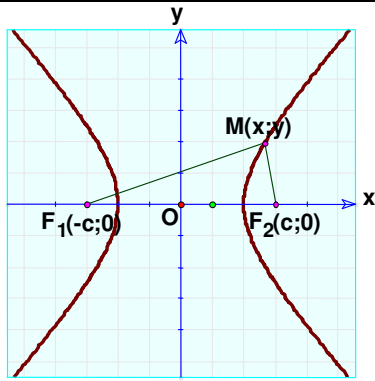
- Định nghĩa:  

$$(E) = \{M \mid MF_1 + MF_2 = 2a\}$$

- Phương trình chính tắc:  

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (0 < b < a)$$
- Tiêu điểm:  $F_1(-c;0), F_2(c;0)$  với  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$
- Tiêu cự:  $F_1F_2 = 2c$
- Bán kính qua tiêu:  $MF_1 = a + \frac{c}{a}x; MF_2 = a - \frac{c}{a}x$
- Tâm sai:  $e = \frac{c}{a} < 1$
- Trục lớn là  $Ox$ , độ dài trục lớn:  $2a$
- Trục bé là  $Oy$ , độ dài trục bé:  $2b$
- Tọa độ các đỉnh:  $(-a;0), (a;0), (0;-b), (0;b)$

5. Đường hypebol



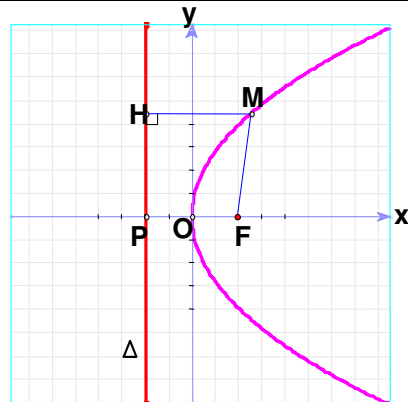
- Định nghĩa:  

$$(H) = \{M \mid |MF_1 - MF_2| = 2a\}$$

- Phương trình chính tắc:  

$$(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (0 < a; 0 < b)$$
- Tiêu điểm:  $F_1(-c;0), F_2(c;0)$  với  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Tiêu cự:  $F_1F_2 = 2c$
- Bán kính qua tiêu:  $MF_1 = \left|a + \frac{c}{a}x\right|; MF_2 = \left|a - \frac{c}{a}x\right|$
- Tâm sai:  $e = \frac{c}{a} > 1$
- Trục thực là  $Ox$ , độ dài trục thực:  $2a$
- Trục ảo là  $Oy$ , độ dài trục ảo:  $2b$
- Phương trình các đường tiệm cận:  $y = \pm \frac{b}{a}x$
- Tọa độ các đỉnh:  $(-a;0), (a;0)$

6. Đường parabol



- Định nghĩa:  $(P) = \{M \mid MF = d(M, \Delta)\}$
- Phương trình chính tắc:  $(P): y^2 = 2px \quad (p > 0)$
- Tiêu điểm:  $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$
- Đường chuẩn:  $x + \frac{p}{2} = 0$
- Bán kính qua tiêu:  $MF = x + \frac{p}{2}$
- Tọa độ đỉnh:  $O(0;0)$

\*\*\*\*\*

**CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐIỂM VÀ ĐƯỜNG THẲNG**

**B04:** Cho hai điểm  $A(1; 1), B(4; -3)$ . Tìm điểm  $C$  thuộc đường thẳng  $x - 2y - 1 = 0$  sao cho khoảng cách từ  $C$  đến đường thẳng  $AB$  bằng 6.

$$ĐS: C_1(7;3), C_2\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$$

**A06:** Cho các đường thẳng lần lượt có phương trình:  $d_1 : x + y + 3 = 0, d_2 : x - y - 4 = 0, d_3 : x - 2y = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  nằm trên đường thẳng  $d_3$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $d_1$  bằng hai lần khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $d_2$ .

$$ĐS: M(-22; -11), M(2; 1)$$

**B11:** Cho hai đường thẳng  $\Delta : x - y - 4 = 0$  và  $d : 2x - y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $N$  thuộc đường thẳng  $d$  sao cho đường thẳng  $ON$  cắt đường thẳng  $\Delta$  tại điểm  $M$  thỏa mãn  $OM.ON = 8$ .

$$ĐS: N(0; -2) \text{ hoặc } N\left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right)$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho đường thẳng  $d : x - 2y - 2 = 0$  và hai điểm  $A(0; 1)$  và  $B(3; 4)$ . Tìm tọa độ của điểm  $M$  trên  $d$  sao cho  $2MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất.

$$ĐS: M(2; 0)$$

**chuyên ĐH Vinh:** Cho hai điểm  $A(1; 2)$  và  $B(4; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\widehat{AMB} = 135^\circ$  và khoảng cách từ điểm  $M$  đến đường thẳng  $AB$  bằng  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .

$$ĐS: M(0;0) \text{ hoặc } M(-1;3)$$

**D10:** Cho điểm  $A(0; 2)$  và  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $O$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $\Delta$ . Viết phương trình  $\Delta$ , biết khoảng cách từ  $H$  đến trục hoành bằng  $AH$ .

$$ĐS: 2 \text{ đường } \Delta: (\sqrt{5}-1)x \pm 2\sqrt{\sqrt{5}-2}y = 0$$

**B04(dự bị):** Cho điểm  $I(-2; 0)$  và hai đường thẳng  $d_1 : 2x - y + 5 = 0, d_2 : x + y - 3 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $I$  và cắt hai đường thẳng  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho  $\overline{IA} = 2\overline{IB}$ .

$$ĐS: d : -7x + 3y + 14 = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho hai đường thẳng  $d_1 : x + y + 1 = 0; d_2 : 2x - y - 1 = 0$ . Lập phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M(1; -1)$  và cắt  $d_1; d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  sao cho  $\overline{MB} = -2\overline{MA}$ .

$$ĐS: d : x = 1$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho hai điểm  $A(2;5), B(5;1)$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  sao cho khoảng cách từ  $B$  đến  $d$  bằng 3.

$$ĐS: d : 7x + 24y - 134 = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho điểm  $M(-3;4)$  và hai đường thẳng  $d_1 : x - 2y - 3 = 0$  và  $d_2 : x - y = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  cắt  $d_1$  tại  $A$ , cắt  $d_2$  tại  $B$  sao cho  $MA = 2MB$  và điểm  $A$  có tung độ dương.

**chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An:** Cho ba điểm  $A(1; 1), B(3; 2)$  và  $C(7; 10)$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  sao cho tổng khoảng cách từ  $B$  và  $C$  đến  $\Delta$  là lớn nhất.

$$ĐS: d : 4x + 5y - 9 = 0$$

**chuyên Hạ Long - Quảng Ninh:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(0; 4)$ , trọng tâm  $G(4/3; 2/3)$  và trực tâm trùng với gốc tọa độ. Tìm tọa độ  $B, C$  biết  $x_B < x_C$ .

$$ĐS: B(-1; -1), C(5; -1)$$

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013:**  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$  có tâm là I. Viết phương trình đường thẳng d cách O một khoảng bằng  $\sqrt{5}$  và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

$$ĐS: d: 2x - y - 5 = 0$$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014:** Cho hai đường thẳng  $d_1: x + 2y - 3 = 0$  và  $d_2: 2x - y - 1 = 0$  cắt nhau tại. Viết phương trình đường thẳng d đi qua O và cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại A, B sao cho  $2IA = IB$ .

$$ĐS: d: 3x - 4y = 0 \text{ hoặc } d: x = 0$$

**chuyên ĐH Vinh - 2013:** Cho hai đường thẳng  $d_1: x - y - 2 = 0$ ,  $d_2: x + 2y - 2 = 0$ . Gọi I là giao điểm của  $d_1, d_2$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua M(-1;1) cắt  $d_1, d_2$  lần lượt tại A, B sao cho  $AB = 3IA$ .

$$ĐS: x + y = 0 \text{ hoặc } x + 7y - 6 = 0$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014:** Cho điểm A(0;2) và đường thẳng  $d: x - 2y + 2 = 0$ . Tìm trên d 2 điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại A và  $AM = 2AN$ , biết hoành độ và tung độ của N là những số nguyên.

$$ĐS: M(2;2), N(0;1)$$

**chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014:** Cho điểm A(4;-7) và đường thẳng  $\Delta: x - 2y + 4 = 0$ . Tìm điểm B trên  $\Delta$  sao cho có đúng ba đường thẳng  $d_1, d_2, d_3$  thỏa mãn khoảng cách từ A đến  $d_1, d_2, d_3$  đều bằng 4 và khoảng cách từ B đến  $d_1, d_2, d_3$  đều bằng 6.

$$ĐS: B(-2;1) \text{ hoặc } B\left(\frac{6}{5}; \frac{13}{5}\right)$$

\*\*\*\*\*

Upload By TaiLieuTHPT.Net

**CÁC BÀI TOÁN VỀ TAM GIÁC**

**1. Tam giác thường**

**1.1. Tìm tọa độ của điểm**

**A04:** Cho hai điểm  $A(0; 2)$  và  $B(-\sqrt{3}; -1)$ . Tìm tọa độ trực tâm và tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $OAB$ .

$$DS: H(\sqrt{3}; -1), I(-\sqrt{3}; 1)$$

**B08:** Hãy xác định tọa độ đỉnh  $C$  của tam giác  $ABC$  biết rằng hình chiếu vuông góc của  $C$  trên đường thẳng  $AB$  là điểm  $H(-1; -1)$ , đường phân giác trong góc  $A$  có phương trình  $x - y + 2 = 0$  và đường cao kẻ từ  $B$  có phương trình  $4x + 3y - 1 = 0$ .

$$DS: C\left(-\frac{10}{3}; \frac{3}{4}\right)$$

**D10:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(3; -7)$ , trực tâm là  $H(3; -1)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp là  $I(-2; 0)$ . Xác định tọa độ đỉnh  $C$ , biết  $C$  có hoành độ dương.

$$DS: C(-2 + \sqrt{65}; 3)$$

**B11:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $B\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . Đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  tiếp xúc với các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  tương ứng tại các điểm  $D$ ,  $E$ ,  $F$ . Cho  $D(3; 1)$  và đường thẳng  $EF$  có phương trình  $y - 3 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $A$ , biết  $A$  có tung độ dương.

$$DS: A\left(3; \frac{13}{3}\right)$$

**D11:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $B(-4; 1)$ , trọng tâm  $G(1; 1)$  và đường thẳng chứa phân giác trong của góc  $A$  có phương trình  $x - y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A$  và  $C$ .

$$DS: A(4; 3), C(3; -1)$$

**B13:** Cho tam giác  $ABC$  có chân đường cao hạ từ đỉnh  $A$  là  $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ , chân đường phân giác trong của góc  $A$  là  $D(5; 3)$  và trung điểm của cạnh  $AB$  là  $M(0; 1)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

$$DS: C(9; 11)$$

**D13:** Cho tam giác  $ABC$  có điểm  $M(-9/2; 3/2)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ , điểm  $H(-2; 4)$  và  $I(-1; 1)$  lần lượt là chân đường cao kẻ từ  $B$  và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

$$DS: C(-1; 6)$$

**D03(dự bị):** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(1; 0)$  và hai đường thẳng lần lượt chứa các đường cao vẽ từ  $B$  và  $C$  có phương trình tương ứng là:  $x - 2y + 1 = 0$ ,  $3x + y - 1 = 0$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

$$DS: B(-5; -2), C(-1; 4) \Rightarrow S = 14$$

**D04(dự bị):** Cho điểm  $A(2; 3)$  và hai đường thẳng  $d_1: x + y + 5 = 0$ ,  $d_2: x + 2y - 7 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $B$  trên  $d_1$  và  $C$  trên  $d_2$  sao cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(2; 0)$ .

$$DS: B(-1; -4), C(5; 1)$$

**A06(dự bị):** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A$  thuộc đường thẳng  $d: x - 4y - 2 = 0$ , cạnh  $BC$  song song với  $d$ . Phương trình đường cao  $BH: x + y + 3 = 0$  và trung điểm của cạnh  $AC$  là  $M(1; 1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

$$DS: A\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right), B(-4; 1), C\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$$

**B06(dự bị):** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(2; 1)$ , đường cao qua đỉnh  $B$  có phương trình  $x - 3y - 7 = 0$  và đường trung tuyến qua đỉnh  $C$  có phương trình  $x + y + 1 = 0$ . Xác định tọa độ các đỉnh  $B$  và  $C$  của tam giác.

$$DS: B(-2; -3), C(4; -5)$$

**A07(dự bị):** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(-2; 0)$ , phương trình các cạnh  $AB: 4x + y + 14 = 0$ ,  $AC: 2x + 5y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C$ .

$$DS: A(-4; 2), B(-3; -2), C(1; 0)$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho tam giác  $ABC$  biết ba chân đường cao tương ứng với ba đỉnh  $A, B, C$  lần lượt là  $A'(1;1)$ ,  $B'(-2;3)$  và  $C'(2;4)$ . Viết phương trình cạnh  $BC$ .

$$DS: \left( \frac{2}{\sqrt{13}} - \frac{3}{\sqrt{10}} \right) x + \left( \frac{3}{\sqrt{13}} + \frac{1}{\sqrt{10}} \right) - \frac{5}{\sqrt{13}} + \frac{2}{\sqrt{10}} = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB: 5x + 2y + 7 = 0$ ;  $BC: x - 2y - 1 = 0$ . Phương trình đường phân giác trong góc  $A$  là  $x + y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $C$ .

$$DS: C\left(\frac{11}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho tam giác  $ABC$  biết  $C(4; 3)$ . Đường phân giác trong và trung tuyến kẻ từ đỉnh  $A$  của tam giác lần lượt có phương trình  $x + 2y - 5 = 0$  và  $4x + 13y - 10$ . Tìm tọa độ điểm  $B$ .

$$DS: B(-12;1)$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho tam giác  $ABC$  biết  $A(-1;1)$ , trực tâm  $H(1; 3)$ , trung điểm của cạnh  $BC$  là điểm  $M(5; 5)$ . Xác định tọa độ các đỉnh  $B$  và  $C$  của tam giác  $ABC$ .

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An:** Cho tam giác  $ABC$  có  $d: 2x - y - 3 = 0$  là đường phân giác trong góc  $A$ . Biết  $B_1(-6;0), C_1(-4;4)$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $B, C$  lên các đường thẳng  $AC, AB$ . Xác định tọa độ của  $A, B, C$ .

$$DS: A(1; -1), B\left(-\frac{21}{4}; \frac{21}{4}\right), C\left(-\frac{31}{4}; \frac{1}{4}\right)$$

**Lê Hồng Phong - Thanh Hóa:**

1. Cho tam giác  $ABC$  có  $A(5; 2)$ . Phương trình đường trung trực đoạn  $BC$  là  $x + y - 6 = 0$ , trung tuyến  $CC'$  là  $2x - y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C$ .

2. Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 5)$ . Phương trình  $BC: x - 2y - 6 = 0$ . Tâm đường tròn nội tiếp  $I(1;0)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C$ .

$$DS: 1. C(23/5; 55/3), B(-28/3; -14/3) \quad 2. B(4; -1), C(-4; -5)$$

**chuyên ĐH Vinh:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(1; 1)$ ;  $d: 2x - y + 1 = 0$  là phương trình của đường cao kẻ từ đỉnh  $A$ . Các đỉnh  $B, C$  thuộc đường thẳng  $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$  biết tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 6.

$$DS: A(1;3), B(3; -1), C(-1;1) \text{ hoặc } A(1;3), C(3; -1), B(-1;1)$$

**Lý Thái Tổ - Bắc Ninh:** Cho tam giác  $ABC$  biết đường cao kẻ từ đỉnh  $B$  và đường phân giác trong góc  $A$  lần lượt có phương trình là  $d_1: 3x + 4y + 10 = 0$ ;  $d_2: x - y + 1 = 0$ . Điểm  $M(0; 2)$  thuộc đường thẳng  $AB$  đồng thời cách  $C$  một khoảng bằng  $\sqrt{2}$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .

$$DS: A(4;5), B(-3; -1/4), C(1;1) \text{ hoặc } C(31/25; 33/25)$$

**THPT Cầu Xe:** Cho tam giác  $ABC$  biết đường cao kẻ từ đỉnh  $C$  và đường trung trực đoạn  $BC$  lần lượt là  $x - y + 2 = 0$ ;  $3x + 4y - 2 = 0$ . Điểm  $A(4; -2)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C$ .

$$DS: B(-1/4; 9/4), C(-7/4; 1/4)$$

**THPT Triệu Sơn 4:** Cho tam giác  $ABC$  biết đường cao kẻ từ đỉnh  $A$  và đường phân giác trong góc  $B$  lần lượt có phương trình là  $x - 2y - 2 = 0$ ;  $x - y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ , biết  $M(0; 2)$  thuộc đường thẳng  $AB$  và  $AB = 2BC$ .

$$ĐS: A(3; 1/2), B(2; 1), C(7/4; 3/2)$$

**Quỳnh Lưu 2 - Nghệ An:** Cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng  $12 + 6\sqrt{6}$ ,  $A(-2; 0)$ ,  $B(4; 0)$ , bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 5. Tìm tọa độ điểm  $C$  biết tung độ của  $C$  dương.

$$ĐS: C(0; 4 + 2\sqrt{6}) \text{ hoặc } C(2; 4 + 2\sqrt{6})$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = \sqrt{5}$ ,  $C(-1; -1)$ , đường thẳng  $AB: x + 2y - 3 = 0$ . Trọng tâm  $G$  thuộc đường thẳng  $d: x + y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ của  $A, B$ .

$$ĐS: A(4; -1/2), B(6; -3/2) \text{ hoặc } B(4; -1/2), A(6; -3/2)$$

**GSTT.VN - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  có  $M(0; -1)$  nằm trên cạnh  $AC$ . Biết  $AB = 2AM$ , đường phân giác trong góc  $A$  là  $d: x - y = 0$ , đường cao đi qua đỉnh  $C$  là  $d': 2x + y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: A(1; 1), B(-3; -1), C\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$$

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{BAC} = 135^\circ$ , đường cao  $BH: 3x + y + 10 = 0$ , trung điểm của cạnh  $BC$  là  $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$  và trực tâm  $H(0; -10)$ . Biết tung độ của điểm  $B$  âm. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$ ,  $BC: x - y + 4 = 0$ , trung điểm của cạnh  $AC$  là  $M(0; 3)$ , đường cao  $AH$  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  tại  $N(7; -1)$ . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$  và viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $HBC$ .

**chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(1; 2)$ , điểm  $M(-2; 1)$  nằm trên đường cao kẻ từ  $A$ . Đường thẳng  $BC$  có phương trình  $x - y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  biết  $x_B > 0$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng 24.

$$ĐS: B(7; 6)$$

**chuyên ĐH Vinh - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; -3)$ ,  $B(5; 1)$ . Điểm  $M$  nằm trên đoạn thẳng  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  biết rằng  $MA = AC = 5$  và đường thẳng  $BC$  có hệ số góc là một số nguyên.

$$ĐS: C(-4; 1)$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 2)$ , trọng tâm  $G(1; 1)$  và trực tâm  $H\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$ .

Tìm tọa độ hai đỉnh  $B$  và  $C$  của tam giác.

$$ĐS: B(-1; 0) \text{ và } C(3; 1)$$

**Hồng Quang - Hải Dương - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 2. Phương trình của đường thẳng  $AB$  là  $x - y = 0$ . Điểm  $M(2; 1)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tìm tọa độ trung điểm  $N$  của cạnh  $AC$ .

$$ĐS: B(3; 2) \text{ và } C(1; 0)$$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $C(5; 1)$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ , điểm  $B$  thuộc đường thẳng  $d: x + y + 6 = 0$ . Điểm  $N(0; 1)$  là trung điểm của  $AM$ , điểm  $D(-1; -7)$  không nằm trên đường thẳng  $AM$  và khác phía với  $A$  so với đường thẳng  $BC$ , đồng thời khoảng cách từ  $A$  và  $D$  tới đường thẳng  $BC$  bằng nhau. Xác định tọa độ các điểm  $A, B$ .

$$ĐS: B(-3; -3) \text{ và } A(-1; 3)$$



**chuyên Nguyễn Đình Chiểu - Đồng Tháp - 204:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 2\sqrt{3}), B(-2; 0), C(2; 0)$  và  $BH$  là đường cao. Tìm tọa độ của điểm  $M, N$  trên đường thẳng chứa đường cao  $BH$  sao cho ba tam giác  $MBC, NBC$  và  $ABC$  có chu vi bằng nhau.

$$DS: M\left(\frac{-8+24\sqrt{3}}{13}; \frac{24+6\sqrt{3}}{13}\right), N\left(\frac{-8-24\sqrt{3}}{13}; \frac{-24+6\sqrt{3}}{13}\right)$$

**chuyên ĐH Vinh - 204:** Cho tam giác  $ABC$  có phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ  $B$  là  $x+3y-18=0$ , phương trình đường thẳng trung trực của  $BC$  là  $3x+19y-279=0$ . Đỉnh  $C$  thuộc đường thẳng  $d: 2x-y+5=0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $A$  biết rằng  $\widehat{BAC} = 135^\circ$ .

$$DS: A(4; 8)$$

**chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có  $H(1; 1)$  là chân đường cao kẻ từ đỉnh  $A$ . Điểm  $M(3; 0)$  là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $\widehat{BAH} = \widehat{HAM} = \widehat{MAC}$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$ .

$$DS: A(1 \pm \sqrt{3}; 1 \pm 2\sqrt{3}), B(-1; 2), C(7; -2)$$

**ĐHSP Hà Nội - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AC > AB$ ,  $C(6; 0)$  và hai đường thẳng  $d: 3x-y-10=0$ ,  $\Delta: 3x+3y-16=0$ . Biết rằng đường thẳng  $d$  chứa đường phân giác trong của góc  $A$ , đường thẳng  $\Delta$  vuông góc với cạnh  $AC$  và ba đường thẳng  $d, \Delta$  và trung trực của cạnh  $BC$  đồng quy tại một điểm.

$$DS: B\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

**chuyên ĐH Vinh - 204:** Cho tam giác  $ABC$  có  $M(2; 1)$  là trung điểm cạnh  $AC$ , điểm  $H(0; -3)$  là chân đường cao kẻ từ  $A$ , điểm  $E(23; -2)$  thuộc đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ  $C$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  biết điểm  $A$  thuộc đường thẳng  $d: 2x+3y-5=0$  và điểm  $C$  có hoành độ dương.

$$DS: B(-3; -4)$$

**Nguoithay.vn - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 5)$ , điểm  $B$  nằm trên đường thẳng  $d_1: 2x+y+1=0$  và chân đường cao hạ từ đỉnh  $B$  xuống đường thẳng  $AC$  nằm trên đường thẳng  $d_2: 2x+y-8=0$ . Biết  $M(3; 0)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tìm tọa độ của các điểm  $B$  và  $C$ .

## 1.2. Viết phương trình đường thẳng

**Đ09:** Cho tam giác  $ABC$  có  $M(2; 0)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh  $A$  lần lượt có phương trình là  $7x-2y-3=0, 6x-y-4=0$ . Viết phương trình đường thẳng  $AC$ .

$$DS: AC: 3x-4y+5=0$$

**chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An:** Cho tam giác  $ABC$  có trục tâm  $H(-1; 4)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp là  $I(-3; 0)$  và trung điểm của cạnh  $BC$  là  $M(0; -3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$  biết  $B$  có hoành độ dương.

$$DS: AB: 3x+7y-49=0$$

**chuyên Hà Nội - Amsterdam:** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M(0; -1)$ . Phương trình đường phân giác trong của góc  $A$  và đường cao kẻ từ  $C$  lần lượt là  $x-y=0; 2x+y+3=0$ . Đường thẳng  $AC$  đi qua  $M$  và  $AB=2AM$ . Viết phương trình cạnh  $BC$ .

$$DS: BC: 2x+5y+11=0$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  có  $C(5; 4)$ , đường thẳng  $d: x-2y+11=0$  đi qua  $A$  và song song với  $BC$ , đường phân giác trong  $AD$  có phương trình  $3x+y-9=0$ . Viết phương trình các cạnh còn lại của tam giác  $ABC$ .

$$DS: AC: x+2y-13=0, BC: x-2y+3=0, AB: 2x-y+4=0$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1;3)$ , trọng tâm  $G(2;2)$ . Biết điểm  $B, C$  lần lượt là thuộc các đường thẳng  $d: x+3y-3=0$  và  $d': x-y-1=0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  có hệ số góc dương sao cho tổng khoảng cách từ  $B$  và  $C$  đến  $\Delta$  là lớn nhất.

$$DS: \Delta: 3x - y + 6 = 0$$

**chuyên Nguyễn Đình Chiểu - Đồng Tháp - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có phương trình đường cao  $AH$  là  $x = 3\sqrt{3}$ . Phương trình đường phân giác trong góc  $\widehat{ABC}, \widehat{ACB}$  lần lượt là  $x - \sqrt{3}y, x + \sqrt{3}y - 6\sqrt{3} = 0$ . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  bằng 3. Viết phương trình các cạnh của tam giác  $ABC$ , biết đỉnh  $A$  có tung độ dương.

$$DS: AC: y + \sqrt{3}x - 18 = 0, BC: y = 0, AB: y - \sqrt{3}x = 0$$

## 2. Tam giác cân

### 2.1. Tìm tọa độ của điểm

**B03:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC, \widehat{BAC} = 90^\circ$ . Biết  $M(1; -1)$  là trung điểm cạnh  $BC$  và  $G(2/3; 0)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C$ .

$$DS: A(0; 2), B(4; 0), C(-2; -2)$$

**B09:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có đỉnh  $A(-1; 4)$  và các đỉnh  $B, C$  thuộc đường thẳng  $\Delta: x - y - 4 = 0$ . Xác định tọa độ các điểm  $B$  và  $C$ , biết diện tích tam giác  $ABC$  bằng 18.

$$DS: B\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right), C\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right) \text{ hoặc } B\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right), C\left(\frac{11}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

**A10:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có đỉnh  $A(6; 6)$ ; đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $AC$  có phương trình  $x + y - 4 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B$  và  $C$ , biết điểm  $E(1; -3)$  nằm trên đường cao đi qua đỉnh  $C$  của tam giác đã cho.

$$DS: B(0; -4), C(-4; 0) \text{ hoặc } B(-6; 2), C(2; -6)$$

**A05(dự bị):** Cho tam giác  $ABC$  cân tại đỉnh  $A$  có trọng tâm  $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$ , phương trình đường thẳng  $BC$  là  $x - 2y - 4 = 0$  và phương trình đường thẳng  $BG$  là  $7x - 4y - 8 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C$ .

$$DS: A(0; 3), B(0; -2), C(4; 0)$$

**chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $B$ , có  $AB: \sqrt{3}x - y - 2\sqrt{3} = 0$ . Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $I(0; 2)$ . Điểm  $B$  thuộc trục  $Ox$ . Tìm tọa độ điểm  $C$ .

$$DS: C(\sqrt{3}-1; 1-\sqrt{3})$$

**Quỳnh Lưu 1 - Nghệ An:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $AB: x + 2y - 2 = 0; AC: 2x + y + 1 = 0$ , điểm  $M(1; 2)$  thuộc đoạn  $BC$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $\overline{DB} \cdot \overline{DC}$  nhỏ nhất.

$$DS: D(0; 3)$$

**Nguyễn Đức Mậu - Nghệ An:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , đỉnh  $B$  thuộc  $d: x - 4y - 2 = 0$ , cạnh  $AC$  song song với  $d$ . Đường cao kẻ từ đỉnh  $A$  có phương trình  $x + y + 3 = 0$ , điểm  $M(1; 1)$  nằm trên  $AB$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .

$$DS: A(0; -3), B(2/3; -1/3), C(-8/3; -11/3)$$

**chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $D$  là trung điểm của  $AB$ .

Biết rằng  $I\left(\frac{11}{3}; \frac{5}{3}\right)$  và  $E\left(\frac{13}{3}; \frac{5}{3}\right)$  lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , trọng tâm tam

giác  $ADC$ . Các điểm  $M(3; -1), N(-3; 0)$  lần lượt thuộc các đường thẳng  $DC, AB$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B, C$  biết  $A$  có tung độ dương.

$$DS: A(7; 5), B(-1; 1), C(3; -3)$$

**chuyên ĐH Vinh - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , có trục tâm  $H(-3;2)$ . Gọi  $D, E$  là chân đường cao kẻ từ  $B$  và  $C$ . Biết rằng điểm  $A$  thuộc đường thẳng  $d: x - 3y - 3 = 0$ , điểm  $F(-2;3)$  thuộc đường thẳng  $DE$  và  $HD=2$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ .

$$ĐS: A(3;0)$$

**Lương Thế Vinh - Hà Nội - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $N$  là trung điểm của  $AB$ . Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là chân đường cao hạ từ các đỉnh  $B, C$  của tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ của đỉnh  $A$  biết rằng

$E(7;1), F\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right)$  và phương trình đường thẳng  $CN$  là  $2x + y - 13 = 0$ .

$$ĐS: A(7;9)$$

## 2.2. Viết phương trình đường thẳng

**B06(dự bị):** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $B$ , với  $A(1; -1), C(3; 5)$ . Điểm  $B$  nằm trên đường thẳng  $d: 2x - y = 0$ . Viết phương trình các đường thẳng  $AB, BC$ .

$$ĐS: AB: 23x - y - 24 = 0, BC: 19x - 13y + 8 = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho hai đường thẳng  $d_1: 2x - y + 1 = 0$  và  $d_2: x + 2y - 7 = 0$ . Lập phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  và tạo với  $d_1; d_2$  một tam giác cân có đáy thuộc đường thẳng đó.

$$ĐS: x - 3y + 8 = 0; S_1 = \frac{18}{5} \text{ hoặc } 3x + y - 6 = 0; S_2 = \frac{32}{5}$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Biết  $AB: 2x + y - 1 = 0; BC: x + 4y + 3 = 0$ . Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh  $B$  của tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: 31x + 22y - 9 = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho hai đường thẳng  $d_1: \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0; d_2: \sqrt{3}x + y - \sqrt{3} - 2 = 0$  cắt nhau tại  $A$ . Lập phương trình đường thẳng  $d$  cắt  $d_1; d_2$  lần lượt tại  $B$  và  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  đều có diện tích bằng  $3\sqrt{3}$ .

## 3. Tam giác vuông

### 3.1. Tìm tọa độ của điểm

**A02:** Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , phương trình đường thẳng  $BC$  là  $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$ , các đỉnh  $A$  và  $B$  thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: G_1\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3}; \frac{6+\sqrt{3}}{3}\right), G_2\left(\frac{-4\sqrt{3}-1}{3}; \frac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$$

**D04:** Cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh  $A(-1; 0), B(4; 0), C(0; m)$  với  $m \neq 0$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  theo  $m$ . Xác định  $m$  để tam giác  $GAB$  vuông tại  $G$ .

$$ĐS: G\left(1; \frac{m}{3}\right), m = \pm 3\sqrt{6}$$

**B07:** Cho điểm  $A(2; 2)$  và các đường thẳng:  $d_1: x + y - 2 = 0, d_2: x + y - 8 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $B$  và  $C$  lần lượt thuộc  $d_1$  và  $d_2$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .

$$ĐS: B(-1; 3), C(3; 5) \text{ hoặc } B(3; -1), C(5; 3)$$

**D04(dự bị):** Cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$ . Biết  $A(-1; 4), B(1; -4)$ , đường thẳng  $BC$  đi qua điểm  $K\left(\frac{7}{3}; 2\right)$ .

Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

$$ĐS: C(3;5)$$

**D07(dự bị):** Cho điểm  $A(2; 1)$ . Trên trục  $Ox$ , lấy điểm  $B$  có hoành độ  $x_B \geq 0$ , trên trục  $Oy$ , lấy điểm  $C$  có

tung độ  $y_C \geq 0$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tìm các điểm  $B, C$  sao cho diện tích tam giác  $ABC$  lớn nhất.

ĐS:  $B(0; 0), C(0; 5)$

**D07(dự bị):** Cho các điểm  $A(0; 1), B(2; -1)$  và các đường thẳng

$$d_1 : (m-1)x + (m-2)y + 2 - m = 0, d_2 : (2-m)x + (m-1)y + 3m - 5 = 0$$

Chứng minh  $d_1$  và  $d_2$  luôn cắt nhau. Gọi  $P$  là giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ . Tìm  $m$  sao cho  $PA + PB$  lớn nhất.

ĐS: Chú ý:  $(PA+PB)^2 \leq 2(PA^2 + PB^2) = 2AB^2 = 16$ . Do đó  $\max(PA+PB) = 4$  khi  $P$  là trung điểm của cung  $AB$ . Khi đó  $P(2; 1)$  hay  $P(0; -1) \Rightarrow m = 1$  hoặc  $m = 2$ .

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Đường thẳng  $BC : 4x - 3y - 4 = 0$ . Các đỉnh  $A, B$  thuộc trục hoành và diện tích tam giác  $ABC$  bằng 6. Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

**Toán học & Tuổi trẻ -2012:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , các đỉnh  $A, B$  thuộc trục hoành và diện tích tam giác  $ABC$  bằng 6. Đường thẳng  $BC$  có phương trình là  $4x - 3y - 4 = 0$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: G\left(3; \frac{4}{3}\right), G\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp:** Cho  $A(-1; 2)$  và đường thẳng  $d : x - 2y + 3 = 0$ . Tìm trên  $d$  hai điểm  $B$  và  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  và  $AC = 3BC$ .

$$ĐS: C\left(\frac{-3}{5}; \frac{6}{5}\right) \text{ và } B\left(\frac{-13}{15}; \frac{16}{15}\right) \text{ hoặc } B\left(\frac{-1}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

**chuyên Hà Nội - Amsterdam:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Đường thẳng  $BC : x + 7y - 31 = 0$

. Điểm  $N\left(1; \frac{5}{2}\right)$  thuộc đường thẳng  $AC$ , điểm  $M(2; -3)$  thuộc đường thẳng  $AB$ . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: A(-1; 1), B(-4; 5), C(3; 4)$$

**Nguoithay.vn - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $I$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $IB$  và  $N$  là điểm nằm trên đoạn thẳng  $IC$  sao cho  $NC = 2NI$ . Biết rằng  $M\left(\frac{11}{2}; -4\right)$ , phương trình đường thẳng  $AN$  là  $x - y - 2 = 0$  và điểm  $A$  có hoành độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .

### 3.2. Viết phương trình đường thẳng

**B10:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có đỉnh  $C(-4; 1)$ , phân giác trong góc  $A$  có phương trình  $x + y - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $BC$ , biết diện tích tam giác  $ABC$  bằng 24 và đỉnh  $A$  có hoành độ dương.

$$ĐS: BC: 3x - 4y + 16 = 0$$

\*\*\*\*\*

**CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH CHỮ NHẬT**

**1. Tìm tọa độ của điểm**

**B02:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có tâm  $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ , phương trình đường thẳng  $AB$  là  $x - 2y + 2 = 0$  và  $AB = 2AD$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C, D$  biết rằng đỉnh  $A$  có hoành độ âm.

ĐS:  $A(-2; 0), B(2; 2), C(3; 0), D(-1; -2)$

**D12:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Các đường thẳng  $AC$  và  $AD$  lần lượt có phương trình là  $x + 3y = 0$  và  $x - y + 4 = 0$ . Đường thẳng  $BD$  đi qua điểm  $M(-1/3; 1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS:  $A(-3; 1), C(3; -1), D(-1; 3), B(1; -3)$

**A13:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có điểm  $C$  thuộc đường thẳng  $d: 2x + y + 5 = 0$  và  $A(-4; 8)$ . Gọi  $M$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $C$ ,  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên đường thẳng  $MD$ . Tìm tọa độ các điểm  $B, C$  biết rằng  $N(5; -4)$ .

ĐS:  $C(1; -7), B(-4; -7)$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  biết  $AB: x - 2y - 1 = 0; BD: x - 7y + 14 = 0$ . Đường chéo  $AC$  đi qua điểm  $M(2; 1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS:  $A(1; 0), B(7; 3), C(6; 5), D(0; 2)$

**Đô Lương 4 - Nghệ An:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 12, tâm  $I$  thuộc đường thẳng  $d: x - y - 3 = 0$  và  $x_I = \frac{9}{2}$ , trung điểm của một cạnh là giao điểm của  $d$  và trục  $Ox$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS:  $A(2; 1), B(5; 4), C(7; 2), D(4; -1)$

**Nguyễn Đức Mậu - Nghệ An:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 16, phương trình đường thẳng  $AB: x - y + 3 = 0$ , điểm  $I(1; 2)$  là giao điểm của hai đường chéo. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS:  $A(2; 5), B(-2; 1), C(0; -1), D(4; 3)$  hoặc  $B(2; 5), A(-2; 1), D(0; -1), C(4; 3)$

**Lương Thế Vinh - Hà Nội - 2012:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 12, tâm  $I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$  và trung điểm của cạnh  $AD$  là  $M(3; 0)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

ĐS:  $A(2; 1), B(5; 4), C(7; 2), D(4; -1)$

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2013:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có các cạnh  $AB, DA$  tiếp xúc với đường tròn  $(C): (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$ , đường chéo  $AC$  cắt  $(C)$  tại các điểm  $M\left(-\frac{16}{5}; \frac{23}{5}\right)$  và  $N$  thuộc trục  $Oy$ .

Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$ , biết điểm  $A$  có hoành độ âm, điểm  $D$  có hoành độ dương và diện tích tam giác  $AND$  bằng 10.

ĐS:  $A(-4; 5), B(-4; 0), C(6; 0), D(6; 5)$

**chuyên ĐHKHTN Hà Nội - 2013:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 12. Tâm  $I$  của hình chữ nhật là giao điểm của hai đường thẳng  $d_1: x - y - 3 = 0$  và  $d_2: x + y - 6 = 0$ . trung điểm của một cạnh là giao điểm của  $d_1$  với trục hoành. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$ .

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 6, đường chéo  $AC: x + 2y - 9 = 0$ . Điểm  $M(0; 4)$  nằm trên cạnh  $BC$ , đường thẳng  $CD$  đi qua điểm  $N(2; 8)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$  biết đỉnh  $C$  có tung độ là một số nguyên.

$$DS: A(3;3), B(2;2), C(-1;5), D(0;6)$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có hai đỉnh  $B, C$  thuộc trục tung. Đường chéo  $AC : 3x + 4y - 16 = 0$ . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ACD$  bằng 1. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

$$DS: A(4;1), B(0;1), C(0;4), D(4;4) \text{ hoặc } A(-4;7), B(0;-7), C(0;4), D(-4;4)$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 48, đỉnh  $D(-3;2)$ . Đường phân giác của góc  $\widehat{BAD}$  có phương trình  $x + y - 7 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $B$  biết điểm  $A$  có hoành độ dương.

$$DS: B(5;8)$$

**Hồng Quang - Hải Dương - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có đỉnh  $C(3;-1)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ , đường thẳng  $DM$  có phương trình  $y - 1 = 0$ . Biết đỉnh  $A$  thuộc đường thẳng  $d : 5x - y + 7 = 0$  và điểm  $D$  có hoành độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh  $A$  và  $D$ .

$$DS: A\left(-\frac{2}{5}; 5\right), D(-2;1)$$

**Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AD : 2x + y - 1 = 0$ , điểm  $I(-3;2)$  thuộc  $BD$  sao cho  $\overline{IB} = -2\overline{ID}$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật biết  $x_D > 0$  và  $AD = 2AB$ .

$$DS: A(-5;11), B(-11;8), C(-5;-4), D(1;-1)$$

**Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AD = 2AB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Trên đường thẳng  $MN$  lấy điểm  $K$  sao cho  $N$  là trung điểm của  $MK$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật biết  $K(5;-1)$ ,  $AC : 2x + y - 3 = 0$  và  $y_A > 0$ .

$$DS: A(1;1), B(3;1), C(3;-3), D(1;-3)$$

**Can Lộc - Hà Tĩnh - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2AD$ . Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $BC$ ,  $M$  là điểm thuộc cạnh  $CD$  sao cho  $DC = 4DM$ . Biết tọa độ  $M(1;2)$ , phương trình đường thẳng  $AN$  là  $4x - y + 5 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $A$  biết  $x_A < -0,5$ .

$$DS: A(-1;1)$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $B(1;1)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  nằm trên đường thẳng  $d : 3x - y - 2 = 0$ . Điểm  $N(4;6)$  là trung điểm của cạnh  $CD$ . Tìm tọa độ đỉnh  $A$ .

$$DS: A(-1;3), A\left(\frac{9}{5}; \frac{57}{5}\right)$$

**Ngươi thay.vn - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có hai điểm  $E, F$  lần lượt nằm trên các cạnh  $AB, AD$  sao cho  $EB = 2EA, FA = 3FD$ . Biết rằng  $F(2;1)$ , phương trình đường thẳng  $CE$  là  $x - 3y - 9 = 0$ , tam giác  $CEF$  vuông tại  $F$  và điểm  $C$  có hoành độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$ .

**Ngươi thay.vn - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 30 và đỉnh  $B$  nằm trên đường thẳng  $d : x - 2y - 2 = 0$ . Trung điểm của  $AB$  là  $M(4;3)$  và điểm  $N(1;-3)$  nằm trên đường thẳng  $CD$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$ , biết điểm  $B$  có tung độ dương.

**Ngươi thay.vn - 2014:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 30 và hai điểm  $M(1;4), N(-4;-1)$  lần lượt nằm trên các đường thẳng  $AB, AD$ . Phương trình đường chéo  $AC$  là  $7x + 4y - 13 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$  biết điểm  $A$  và  $D$  đều có hoành độ âm.

## 2. Viết phương trình đường thẳng

**A09:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có điểm  $I(6; 2)$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Điểm  $M(1; 5)$  thuộc đường thẳng  $AB$  và trung điểm  $E$  của cạnh  $CD$  thuộc đường thẳng  $\Delta : x + y - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

$$DS: y - 5 = 0, x - 4y + 19 = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho hình chữ nhật, hai đường chéo lần lượt có phương trình là  $d_1 : 7x + y - 4 = 0$  ;  $d_2 : x - y + 2 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh của hình chữ nhật biết nó đi qua điểm  $M(-3; 5)$ .

*ĐS:*  $x - 3y - 12 = 0$  hoặc  $3x - y + 14 = 0$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 6,  $BD : 2x + y - 12 = 0$ . Đường thẳng  $AB$  đi qua điểm  $M(5 ; 1)$ , đường thẳng  $BC$  đi qua  $N(9 ; 3)$ . Viết phương trình các cạnh của hình chữ nhật, biết điểm  $B$  có hoành độ lớn hơn 5.

*ĐS:*  $AB : x + y - 6 = 0; BC : x - y - 6 = 0; AD : x - y = 0; CD : x + y - 8 = 0$

hoặc  $AB : x + y - 6 = 0; BC : x - y - 6 = 0; AD : x - y - 12 = 0; CD : x + y - 4 = 0$

\*\*\*\*\*

**CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH THOI**

**1. Tìm tọa độ của điểm**

**Lương Tài 2 - Bắc Ninh:** Cho  $ABCD$  là hình thoi với  $AC = 2BD$ , tâm  $I(2; 1)$ . Điểm  $M(0; 1/3)$  thuộc đường thẳng  $AB$ , điểm  $N(0; 7)$  thuộc đường thẳng  $CD$ . Tìm tọa độ đỉnh  $B$  biết  $B$  có hoành độ dương.

ĐS:  $B(1; -1)$

**chuyên Quốc Học Huế:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình thoi  $ABCD$  có  $AC = 2BD$ . Biết đường thẳng  $AC$  có phương trình  $2x - y - 1 = 0$ ; đỉnh  $A(3; 5)$  và điểm  $B$  thuộc đường thẳng  $d: x + y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C, D$  của hình thoi  $ABCD$ .

ĐS:  $B(-1; 2), D(3; 0), C(-1; -3)$  hoặc  $B(3; -2), D(-\frac{13}{5}; \frac{4}{5}), C(-\frac{13}{5}; -\frac{31}{5})$

**Thuận Thành 3 - Bắc Ninh - 2014:** Cho hình thoi  $ABCD$  có phương trình cạnh  $BD$  là  $x - y = 0$ , đường thẳng  $AB$  đi qua điểm  $P(1; \sqrt{3})$ , đường thẳng  $CD$  đi qua  $Q(-2; -2\sqrt{3})$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi, biết  $AB = AC$  và điểm  $B$  có hoành độ lớn hơn 1.

ĐS:  $A(-1 - \sqrt{3}; \sqrt{3} - 1), B(2; 2), C(\sqrt{3} - 1; -1 - \sqrt{3}), D(-4; -4)$

**Lạng Giang 1 - Bắc Giang:** Cho hình thoi  $ABCD$  có phương trình cạnh  $AC$  là  $x + 7y - 31 = 0$ , hai đỉnh  $B, D$  lần lượt thuộc các đường thẳng  $d_1: x + y - 8 = 0$  và  $d_2: x - 2y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi biết diện tích của hình thoi bằng 75 và đỉnh  $A$  có hoành độ âm.

ĐS:  $A(10; 3), B(0; 8), C(-11; 6), D(-1; 1)$

**GSTT.VN - 2013:** Cho hình thoi  $ABCD$  biết  $AB: x + 3y + 1 = 0; BD: x - y + 5 = 0$ . Đường thẳng  $AD$  đi qua điểm  $M(1; 2)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi.

ĐS:  $B(-4; 1), D(0; 5)$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014:** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $AC: x + y - 1 = 0$ . Điểm  $E(9; 4)$  nằm trên đường thẳng  $AB$ , điểm  $F(-2; -5)$  nằm trên đường thẳng  $CD$  và  $AC = 2\sqrt{2}$ . Xác định tọa độ  $A, B, C, D$  biết điểm  $C$  có hoành độ âm.

ĐS:  $A(0; 1), B(-3; 0), C(-2; 3), D(1; 4)$

**2. Viết phương trình đường thẳng**

- Cho hình thoi  $ABCD$  có tâm  $I(3; 3)$  và  $AC = 2BD$ . Điểm  $M(2; \frac{4}{3})$  thuộc đường thẳng  $AB$ , điểm

$N(3; \frac{13}{3})$  thuộc đường thẳng  $CD$ . Viết phương trình đường thẳng  $BD$  biết  $x_B < 3$ .

**Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014:** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , đường tròn  $(C)$  có tâm  $I$  bán kính  $R=2$  tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình thoi (tiếp xúc với  $AB$  và  $CD$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ , tung độ của  $I$  dương). Biết phương trình đường thẳng  $MN: x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ , đường thẳng  $AD$  không vuông góc với trục tung và đi qua điểm  $P(3; 0)$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB, AD$ .

ĐS:  $AB: \sqrt{3}x - y + 4 - 5\sqrt{3} = 0; AD: \sqrt{3}x + y - 3\sqrt{3} = 0$

\*\*\*\*\*



**CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH VUÔNG**

**1. Tìm tọa độ của điểm**

**A05:** Cho hai đường thẳng  $d_1 : x - y = 0$  và  $d_2 : 2x + y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông  $ABCD$  biết rằng đỉnh  $A$  thuộc  $d_1$ , đỉnh  $C$  thuộc  $d_2$  và các đỉnh  $B, D$  thuộc trục hoành.

*ĐS:*  $A(1; 1), B(0; 0), C(1; -1), D(2; 0)$  hoặc  $A(1; 1), B(2; 0), C(1; -1), D(0; 0)$

**A12:** Cho hình vuông  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $CD$  sao cho

$CN = 2ND$ . Giả sử  $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$  và đường thẳng  $AN : 2x - y - 3 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ .

*ĐS:*  $A(1; -1), A(4; 5)$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho ba đường thẳng  $d_1 : 3x - 4y - 4 = 0; d_2 : x + y - 6 = 0$  và  $d_3 : x - 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông  $ABCD$  biết  $A, C$  thuộc  $d_3, B$  thuộc  $d_1$  và  $D$  thuộc  $d_2$ .

*ĐS:*  $A(3; 3), B(2; 2), C(1; 3), D(4; 2)$  hoặc  $A(1; 3), B(2; 2), C(3; 3), D(4; 2)$

**chuyên Vĩnh Phúc:** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ , phương trình đường thẳng  $DM : x - y - 2 = 0$  và  $C(3; -3)$ . Biết đỉnh  $A$  thuộc đường thẳng  $d : 3x + y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B, D$ .

*ĐS:*  $A(-1; 5), B(-3; -1), D(5; 3)$

**Tứ Kỳ - Hải Dương:** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $A(-2; 6)$ , đỉnh  $B$  thuộc  $d : x - 2y + 6 = 0$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hai điểm trên hai cạnh  $BC, CD$  sao cho  $BM = CN$ . Biết  $AM$  cắt  $BN$  tại  $I\left(\frac{2}{5}; \frac{14}{5}\right)$ . Xác định tọa độ điểm  $C$ .

*ĐS:*  $C(0; 0)$  hoặc  $C(4; 8)$

**Đô Lương 4 - Nghệ An:** Cho hình vuông  $ABCD$  có tâm  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ . Các đường thẳng  $AB, CD$  lần lượt đi qua  $M(-4; -1), N(-2; -4)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết điểm  $B$  có hoành độ âm.

*ĐS:*  $A(2; 3), B(-1; 1), C(1; -2), D(4; 0)$

**chuyên Hạ Long - Quảng Ninh:** Cho hình vuông  $ABCD$  có đỉnh  $C(1; 2)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Đường thẳng  $DM$  có phương trình  $x + 2y - 7 = 0$ . Đỉnh  $A$  thuộc đường thẳng  $d : x + y - 5 = 0$ . Tìm tọa độ  $A, B, D$ .

*ĐS:*  $A(-1; 6), B\left(\frac{1}{2}; \frac{17}{4}\right), D\left(-\frac{1}{2}; \frac{15}{4}\right)$

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An:** Cho hình vuông  $ABCD$  có đỉnh  $A$  thuộc  $d : x - y - 4 = 0$ . Đường thẳng  $BC, CD$  lần lượt đi qua  $M(4; 0)$  và  $N(0; 2)$ . Biết tam giác  $AMN$  cân tại  $A$ , xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông.

*ĐS:*  $A(-1; -5), B(-2; -2), C(1; -1), D(2; -4)$  hoặc  $A(-1; -5), B(5; -3), C(3; 3), D(-3; 1)$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc:** Cho  $(C) : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$  nội tiếp hình vuông  $ABCD$ . Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết đường thẳng chứa cạnh  $AB$  đi qua điểm  $M(-3; -2)$  và điểm  $A$  có hoành độ dương.

*ĐS:*  $A(6; 1), B(0; -1), C(-2; 5), D(4; 7)$

**chuyên Quốc Học Huế - 2014:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình vuông  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Biết rằng  $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$  và đường thẳng  $BN$  có phương trình  $2x + 9y - 34 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $A$  và  $B$  biết rằng điểm  $B$  có hoành độ âm.

$$ĐS: B(-1; 4), A(0; 0)$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $A(2; -4)$ , đỉnh  $C$  thuộc đường thẳng  $d: 3x + y + 2 = 0$ . Đường thẳng  $DM: x - y - 2 = 0$  với  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C, D$  của hình vuông, biết điểm  $C$  có hoành độ âm.

$$ĐS: B(-4; -2), C(-2; 4), D(4; 2)$$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $BD: x + y - 3 = 0$ , điểm  $M(-1; 2)$  thuộc đường thẳng  $AB$ , điểm  $N(2; -2)$  thuộc đường thẳng  $AD$ . Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết  $x_B > 0$ .

$$ĐS: A(2; 2), B(1; 2), C(1; 1), D(2; 1)$$

**Tỉnh Gia 1 - Thanh Hóa - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $D(5; 1)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $N$  là điểm thuộc đường chéo  $AC$  sao cho  $AC = 4AN$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  biết phương trình đường thẳng  $MN$  là  $3x - y - 4 = 0$  và  $M$  có tung độ dương.

$$ĐS: C(5; 5)$$

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$ . Gọi  $E$  là trung điểm của cạnh  $AD$ ,

$H\left(\frac{11}{5}; -\frac{2}{5}\right)$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $CE$  và  $H\left(\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$  là trung điểm của đoạn  $BH$ . Xác định tọa độ của các đỉnh của hình vuông  $ABCD$  biết điểm  $A$  có hoành độ âm.

$$ĐS: A(-1; 2), B(-1; -2), C(3; -2), D(3; 2)$$

**chuyên Lương Thế Vinh - Đồng Nai - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $A(1; 1)$ ,  $AB = 4$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ , điểm  $H\left(\frac{9}{5}; -\frac{3}{5}\right)$  là hình chiếu vuông góc của  $D$  lên  $AM$ . Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông biết  $x_B < 2$ .

$$ĐS: B(1; -3), C(5; -3), D(5; 1)$$

**Nguoithay.vn - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $M(2; 2)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ , đường thẳng đi qua đỉnh  $C$  và trung điểm của cạnh  $AD$  có phương trình là  $7x + y - 46 = 0$ . Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông  $ABCD$  biết điểm  $C$  tung độ âm.

## 2. Viết phương trình đường thẳng

- Cho hình vuông  $ABCD$  biết các điểm  $M(2; 1), N(4; -2), P(2; 0), Q(1; 2)$  lần lượt thuộc các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Viết phương trình các cạnh của hình vuông  $ABCD$ .

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$  có đỉnh  $A$  thuộc đường thẳng  $d: x - y - 4 = 0$ , đường thẳng  $BC$  đi qua điểm  $M(4; 0)$ , đường thẳng  $CD$  đi qua điểm  $N(0; 2)$  và tam giác  $AMN$  cân tại  $A$ . Viết phương trình đường thẳng  $BC$ .

$$ĐS: BC: x - 3y - 4 = 0 \text{ hoặc } BC: 3x + y - 12 = 0$$

\*\*\*\*\*

**CÁC BÀI TOÁN VỀ HÌNH THANG, HÌNH BÌNH HÀNH**

**1. Tìm tọa độ của điểm**

**B13:** Cho hình thang cân  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc với nhau và  $AD = 3BC$ . Đường thẳng  $BD$  có phương trình  $x + 2y - 6 = 0$  và tam giác  $ABD$  có trực tâm  $H(-3; 2)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $C$  và  $D$ .

ĐS:  $C(-1; 6)$  và  $D(4; 1)$  hoặc  $D(-8; 7)$

**chuyên Vĩnh Phúc:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có diện tích bằng 4. Biết  $A(2; 0), B(3; 0)$  và giao điểm  $I$  của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  nằm trên đường thẳng  $d: y = x$ . Tìm tọa độ của  $C$  và  $D$ .

ĐS:  $C(3; 4), D(2; 4)$  hoặc  $C(-5; -4), D(-6; -4)$

**Yễn Khê - Phú Thọ:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(1; 2), BD: 2x + y + 1 = 0$ . Gọi  $M$  là một điểm nằm trên đường thẳng  $AD$  sao cho  $A$  nằm giữa  $M$  và  $D, AM = AC$ . Đường thẳng  $MC: x + y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình bình hành.

ĐS:  $B(1/2; -2), C(-7; 8), D(-13/2; 12)$

**GSTT.VN - 2013:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(1; 5)$ . Điểm  $H(1; 3)$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $AC$  và đường trung trực của  $BC$  có phương trình  $x + 4y - 5 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $B, C, D$ .

ĐS:  $B(-2; -6), C(-4; -2), D(1; -3)$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2013:** Cho hình thang  $ABCD$  với hai đáy là  $AB$  và  $CD$ , biết  $B(3; 3), C(5; -3)$ . Giao điểm  $I$  của hai đường chéo nằm trên đường thẳng  $d: 2x + y - 3 = 0$  và  $CI = 2BI$ . Xác định tọa độ của điểm  $A$  và điểm  $D$  biết tam giác  $ACB$  có diện tích bằng 12,  $x_A < 0; x_I > 0$ .

ĐS:  $A(-1; 3), D(-3; -3)$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho hình thang vuông  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$  có  $AB = AD < CD$ ,  $B(1; 2)$ , đường thẳng  $BD$  có phương trình  $y - 2 = 0$ . Biết đường thẳng  $d: 7x - y - 25 = 0$  cắt các đoạn thẳng  $AD, CD$  lần lượt tại hai điểm  $M, N$  sao cho  $BM$  vuông góc với  $BC$  và tia  $BN$  là tia phân giác của góc  $\widehat{MBC}$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  biết  $D$  có hoành độ dương.

**Sở GD&ĐT Bắc Ninh - 2014:** Cho hình thang vuông  $ABCD$  vuông tại  $A(1; 1)$  và  $B$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $BM = 2AM$ , điểm  $N(1; 4)$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên đường thẳng  $CD$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C, D$  biết  $CM$  vuông góc với  $DM$ , điểm  $B$  thuộc đường thẳng  $d: x + y - 2 = 0$ .

ĐS:  $B(-2; 4), C(-1; 5), D(3; 3)$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013:** Cho hình thang cân  $ABCD$  có  $AB = 2CD$ . Phương trình các đường thẳng  $AC$  là  $x + y - 4 = 0$  và đường thẳng  $BD$  là  $x - y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành biết hoành độ của  $A$  và  $B$  dương và diện tích của hình bình hành bằng 36.

ĐS:  $A(7; -3), B(7; 5), C(1; 3), D(1; -1)$

**chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(4; 0)$ , phương trình đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ  $B$  của tam giác  $ABC$  là  $7x + 4y - 5 = 0$ . Phương trình đường trung trực của đoạn  $BC$  là  $2x + 8y - 5 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $B, C, D$ .

ĐS:  $B(-1; -3), C(-2; -1), D(3; -4)$

**2. Viết phương trình đường thẳng**

**Đào Duy Từ - Thanh Hóa:** Cho hình thang cân  $ABCD$  có diện tích bằng 18,  $CD: x - y + 2 = 0$ . Hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  vuông góc nhau và cắt nhau tại  $I(3; 1)$ . Viết phương trình đường thẳng  $BC$ , biết  $C$  có hoành độ âm.

ĐS:  $BC: x + 2y - 1 = 0$

**chuyên Quốc Học - Huế - 2013:** Cho ABCD là hình thang vuông tại A và B, có diện tích bằng 50, đỉnh C(2;-5), AD = 3BC. Biết rằng đường thẳng AB đi qua điểm  $M\left(-\frac{1}{2};0\right)$ , đường thẳng AD đi qua N(-3;5).

Viết phương trình đường thẳng AB biết đường thẳng AB không song song với các trục tọa độ.

ĐS: AB :  $4x - 3y + 2 = 0$  hoặc AB :  $6x + 8y + 3 = 0$

\*\*\*\*\*

Upload By TaiLieuTHPT.Net

**CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐƯỜNG TRÒN**

**1. Viết phương trình đường tròn**

**D03:** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$  và đường thẳng  $d: x - y - 1 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  đối xứng với đường tròn  $(C)$  qua đường thẳng  $d$ . Tìm tọa độ các giao điểm của  $(C)$  và  $(C')$ .

ĐS:  $(C'): (x-3)^2 + y^2 = 4, A(1; 0), B(3; 2)$

**B04:** Cho hai điểm  $A(2; 0), B(6; 4)$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  tiếp xúc với trục hoành tại điểm  $A$  và khoảng cách từ tâm của  $(C)$  đến điểm  $B$  bằng 5.

ĐS:  $(C_1): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1, (C_2): (x-2)^2 + (y-7)^2 = 49$

**A07:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 2), B(-2; -2), C(4; -2)$ . Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ  $B$ ;  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $BC$ . Viết phương trình đường tròn đi qua các điểm  $H, M, N$ .

ĐS:  $H(1; 1), x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$

**D07:** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$  và đường thẳng  $d: 3x - 4y + m = 0$ . Tìm  $m$  để trên  $d$  có duy nhất một điểm  $P$  mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến  $PA, PB$  tới  $(C)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm) sao cho tam giác  $PAB$  đều.

ĐS:  $m = 19, m = -41$

**A09:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$  và đường thẳng  $\Delta: x + my - 2m + 3 = 0$ , với  $m$  là tham số thực. Gọi  $I$  là tâm của đường tròn  $(C)$ . Tìm  $m$  để  $\Delta$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho diện tích  $\Delta IAB$  lớn nhất.

ĐS:  $m = 0$  hoặc  $m = 8/15$ .

**A10:** Cho hai đường thẳng  $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$  và  $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$ . Gọi  $(T)$  là đường tròn tiếp xúc với  $d_1$  tại  $A$ , cắt  $d_2$  tại hai điểm  $B, C$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Viết phương trình của  $(T)$ , biết tam giác  $ABC$  có diện tích bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và điểm  $A$  có hoành độ dương.

ĐS:  $(T): \left(x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$

**B10:** Cho điểm  $A(2; \sqrt{3})$  và elip  $(E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ . Gọi  $F_1$  và  $F_2$  là các tiêu điểm của  $(E)$  ( $F_1$  có hoành độ âm);  $M$  là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng  $AF_1$  với  $(E)$ ;  $N$  là điểm đối xứng của  $F_2$  qua  $M$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABF_2$ .

ĐS:  $(x-1)^2 + \left(y - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}$

**B12:** Cho hai đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 = 4$  và  $(C_2): x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$  và đường thẳng  $d: x - y - 4 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm thuộc  $(C_2)$ , tiếp xúc với  $d$  và cắt  $(C_1)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB$  vuông góc với  $d$ .

ĐS:  $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$

**D12:** Cho đường thẳng  $d: 2x - y + 3 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm thuộc  $d$ , cắt trục  $Ox$  tại  $A$  và  $B$ , cắt trục  $Oy$  tại  $C$  và  $D$  sao cho  $AB = CD = 2$ .

ĐS:  $(C): (x+3)^2 + (y+3)^2 = 10$

**A13:** Cho đường thẳng  $\Delta: x - y = 0$ . Đường tròn  $(C)$  có bán kính  $R = \sqrt{10}$  cắt  $\Delta$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao

cho  $AB = 4\sqrt{2}$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  cắt nhau tại một điểm thuộc tia  $Oy$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$ .

$$ĐS: (C): (x-5)^2 + (y-3)^2 = 10$$

**B09:** Cho đường tròn  $(C): (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$  và hai đường thẳng  $\Delta_1: x-y=0$ ,  $\Delta_2: x-7y=0$ . Xác định tọa độ tâm  $K$  và tính bán kính của đường tròn  $(C_1)$ ; biết đường tròn  $(C_1)$  tiếp xúc với các đường thẳng  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  và tâm  $K \in (C)$

$$ĐS: K\left(\frac{8}{5}; \frac{4}{5}\right), R = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

**D02(dự bị):** Cho hai đường tròn:  $(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0$ ,  $(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$ . Viết phương trình đường tròn đi qua các giao điểm của  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  và có tâm nằm trên đường thẳng  $d: x + 6y - 6 = 0$ .

$$ĐS: (x-12)^2 + (y+1)^2 = 125$$

**B03(dự bị):** Cho đường thẳng  $d: x-7y+10=0$ . Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng  $\Delta: 2x+y=0$  và tiếp xúc với đường thẳng  $d$  tại điểm  $A(4; 2)$ .

$$ĐS: (x-6)^2 + (y+12)^2 = 200$$

**A04(dự bị):** Cho điểm  $A(-1; 1)$  và đường thẳng  $d: x-y+1-\sqrt{2}=0$ . Viết phương trình đường tròn đi qua  $A$ , qua gốc tọa độ  $O$  và tiếp xúc với đường thẳng  $d$ .

$$ĐS: x^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ hoặc } (x+1)^2 + y^2 = 1$$

**A05(dự bị):** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C_1)$  tiếp xúc với hai trục tọa độ  $Ox$ ,  $Oy$  đồng thời tiếp xúc ngoài với đường tròn  $(C)$ .

$$ĐS: (C_1): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4, (C_2): (x-18)^2 + (y-18)^2 = 18, (C_3): (x-6)^2 + (y+6)^2 = 36$$

**D05(dự bị):** Cho 2 điểm  $A(0;5)$ ,  $B(2; 3)$ . Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm  $A, B$  và có bán kính  $R = \sqrt{10}$ .

$$ĐS: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 10, (x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$$

**D06(dự bị):** Cho điểm  $A(-1; 1)$  và đường thẳng  $d: x-y+1-\sqrt{2}=0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  đi qua điểm  $A$ , gốc tọa độ  $O$  và tiếp xúc với đường thẳng  $d$ .

$$ĐS: (C_1): x^2 + y^2 - 2y = 0, (C_2): x^2 + y^2 + 2x = 0$$

**B07(dự bị):** Cho đường tròn  $(C)$  có phương trình  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  có tâm  $M(5; 1)$  và  $(C')$  cắt  $(C)$  tại các điểm  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{3}$ .

$$ĐS: (C'_1): (x-5)^2 + (y-1)^2 = 13, (C'_2): (x-5)^2 + (y-1)^2 = 43.$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A(1; 2)$ . Viết phương trình đường tròn  $(T)$  ngoại tiếp tam giác  $ABC$  biết tiếp tuyến của  $(T)$  tại  $B$  là đường thẳng  $d: x-y-1=0$ .

$$ĐS: (T): x^2 + (y-1)^2 = 2 \text{ hoặc } (T): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 2$$

**chuyên Hạ Long - Quảng Ninh:** Cho điểm  $M(2; 1)$  và đường thẳng  $d: x-y+1=0$ . Viết phương trình đường tròn đi qua  $M$  và cắt  $d$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $ABM$  vuông tại  $M$  và có diện tích bằng 2.

$$ĐS: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$$

**Lạng Giang 2 - Bắc Giang:** Cho  $(C): x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$ . Tia  $Oy$  cắt  $(C)$  tại điểm  $A$ . Lập phương trình đường tròn  $(C')$  có bán kính bằng 2 và tiếp xúc ngoài với  $(C)$  tại  $A$ .

$$ĐS: (C'): (x-\sqrt{3})^2 + (y-3)^2 = 4$$

**Nguyễn Đăng Đạo - Bắc Ninh:** Cho  $d_1 : x + 2y - 6 = 0; d_2 : x + 2y = 0$  và  $d_3 : 3x - y - 2 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm thuộc  $d_3$ , cắt  $d_1$  tại  $A$  và  $B$ ,  $d_2$  tại  $C$  và  $D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình vuông.

$$ĐS: (C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 18/5$$

**ĐH Vinh:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$  và điểm  $A(5; -6)$ . Từ  $A$  vẽ các tiếp tuyến  $AB, AC$  của đường tròn  $(C)$  với  $B, C$  là các tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: (x-2)^2 + (y+2)^2 = \frac{25}{4}$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Viết phương trình đường tròn có bán kính bằng 2, có tâm  $I$  nằm trên đường thẳng  $d_1 : x + y - 3 = 0$  và đường tròn đó cắt đường thẳng  $d_2 : 3x + 4y - 6 = 0$  tại  $A, B$  sao cho  $\widehat{AIB} = 120^\circ$ .

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho điểm  $M(2; -1)$  và đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 9$ . Viết phương trình đường tròn  $(C_1)$  có bán kính bằng 4 và cắt  $(C)$  theo một dây cung qua  $M$  có độ dài nhỏ nhất.

$$ĐS: (C_1): \left(x-2-\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(y+1+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = 16; (C_1): \left(x-2+\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(y+1-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2 = 16$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0)$ , đường cao kẻ từ  $B$  và  $C$  lần lượt có phương trình  $x - 2y + 1 = 0$  và  $3x + y - 1 = 0$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: (C): x^2 + y^2 + \frac{36}{7}x - \frac{10}{7}y - \frac{43}{7} = 0$$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A(1; 2)$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  ngoại tiếp tam giác  $ABC$  biết đường thẳng  $d : x - y - 1 = 0$  tiếp xúc với đường tròn  $(C)$  tại điểm  $B$ .

$$ĐS: (C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 2 \text{ hoặc } (C): x^2 + (y-1)^2 = 2$$

**GSTT.VN - 2013:** Cho  $A(1; 5)$  và  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  có tâm nằm trên  $d : x + y + 2 = 0$ , đi qua  $A$  và cắt  $(C)$  tại 2 điểm phân biệt  $M, N$  sao cho  $MN = 2\sqrt{2}$ .

$$ĐS: (C): \left(x + \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{15}{4}\right)^2 = \frac{377}{8} \text{ hoặc } (C): \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{305}{8}$$

**Hùng Vương - Bình Phước - 2014:** Cho hình vuông  $ABCD$ ,  $A(-1; 2)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $DC$ ,  $E$  là giao điểm của  $BN$  với  $CM$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BME$  biết  $BN : 2x + y - 8 = 0$  và  $x_B > 2$ .

$$ĐS: (C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 5$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho hai điểm  $A(1; 2), B(3; 4)$  và đường thẳng  $d : y - 3 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và cắt  $d$  tại hai điểm phân biệt  $M, N$  sao cho  $\widehat{MAN} = 60^\circ$ .

$$ĐS: (C): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho điểm  $A(1; 2)$  và đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  có tâm  $A$  và cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $M$  và  $N$  sao cho diện tích tam giác  $AMN$  đạt giá trị lớn nhất.

$$ĐS: (C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho điểm  $A(-1; 2)$  và đường thẳng  $d : 3x - 4y + 7 = 0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$  có bán kính  $R = 1$ , đi qua  $A$  và cắt  $d$  theo dây cung  $BC$  sao cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng  $4/5$ .

$$ĐS: (C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ hoặc } (C): \left(x + \frac{1}{25}\right)^2 + \left(y - \frac{43}{25}\right)^2 = 1$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho hai đường thẳng  $d_1: x + y - 1 = 0; d_2: x - y + 1 = 0$ . Lập phương trình đường tròn (C) cắt  $d_1$  tại A và  $d_2$  lần lượt tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC là tam giác đều có diện tích bằng  $24\sqrt{3}$ .

$$ĐS: (C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 32 \text{ hoặc } (C): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 32$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho  $A\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right), C\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right), D(2;0)$ . Viết phương trình

đường tròn (T) có tâm là điểm D và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo một dây cung có độ dài bằng 2.

**chuyên Trần Đại Nghĩa - HCM - 2014:** Cho hai đường thẳng  $d_1: 4x - 3y + 8 = 0; d_2: 4x + 3y + 2 = 0$  và đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 20x - 2y + 20 = 0$ . Viết phương trình đường tròn (C') tiếp xúc với (C) và đồng thời tiếp xúc với đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ .

$$ĐS: (C): x^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ hoặc } (C): (x-100)^2 + (y-1)^2 = 6561$$

**Tỉnh Gia 1 - Thanh Hóa - 2014:** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm I(1;2), bán kính R=5. Chân đường cao kẻ từ B và C lần lượt là H(3;3) và K(0;-1). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCHK, biết A có tung độ dương.

$$ĐS: (C): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$$

**chuyên ĐH Vinh - 2014:** Cho hai điểm A(1;2), B(4;1) và đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y + 5 = 0$ . Viết phương trình đường tròn đi qua A, B và cắt  $\Delta$  tại C, D sao cho CD=6.

$$ĐS: (C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25 ; (C): \left(x - \frac{43}{13}\right)^2 + \left(y - \frac{51}{13}\right)^2 = \frac{1525}{169}$$

## 2. Tìm tọa độ của điểm

**D06:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: x - y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M, có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C), tiếp xúc ngoài với đường tròn (C).

$$ĐS: M(1; 4), M(-2; 1)$$

**A11:** Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  và đường thẳng  $\Delta: x + y + 2 = 0$ . Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc  $\Delta$ . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết tứ giác MAIB có diện tích bằng 10.

$$ĐS: M(2; -4), M(-3; 1)$$

**D13:** Cho đường tròn (C):  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$  và đường thẳng  $\Delta: y - 3 = 0$ . tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C), các đỉnh N và P thuộc  $\Delta$ , đỉnh M và trung điểm của cạnh MN thuộc (C). Tìm tọa độ điểm P.

$$ĐS: P(-1; 3), P(3; 3)$$

**A02(dự bị):** Cho đường thẳng  $d: x - y + 1 = 0$  và đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ . Tìm tọa độ điểm M thuộc d mà qua đó ta kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với (C) tại A và B sao cho  $\widehat{AMB} = 60^\circ$ .

$$ĐS: M_1(3; 4), M_2(-3; -2)$$



**D05(dự bị):** Cho đường tròn  $(C)$  có phương trình:  $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d$  có phương trình:  $2x - y + 3 = 0$  sao cho  $MI = 2R$ , trong đó  $I$  là tâm và  $R$  là bán kính của đường tròn  $(C)$ .

$$DS: M(-4; -5), M\left(\frac{24}{5}; \frac{63}{5}\right)$$

**B07(dự bị):** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$  và đường thẳng  $d: x + y - 1 = 0$ . Xác định tọa độ các đỉnh hình vuông  $ABCD$  ngoại tiếp đường tròn  $(C)$ , biết  $A$  nằm trên  $d$ .

$$DS: A(2; -1), B(2; -5), C(6; -5), D(6; -1) \text{ hoặc } A(6; -5), B(6; -1), C(2; -1), D(2; -5)$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$  và parabol  $(P): y^2 = x$ . Tìm trên  $(P)$  các điểm  $M$  từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến  $(C)$  và góc giữa hai tiếp tuyến bằng  $60^\circ$ .

$$DS: M(2; \sqrt{2}) \text{ hoặc } M(2; -\sqrt{2})$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho  $d: 3x - 4y + 5 = 0$  và  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $(C)$  và điểm  $N$  thuộc  $d$  sao cho  $MN$  nhỏ nhất.

$$DS: M\left(-\frac{2}{5}; \frac{11}{5}\right), N\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho đường tròn  $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 1$  và điểm  $M\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$ . Tìm trên  $(C)$  những điểm  $N$  sao cho  $MN$  nhỏ nhất.

$$DS: N(-8/5; 19/5)$$

**Trung Giã - Hà Nội:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  ngoại tiếp đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 2$ . Tìm tọa độ ba đỉnh của tam giác  $ABC$  biết  $A$  thuộc tia  $Ox$ .

$$DS: A(2; 0), B(-\sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}), C(-\sqrt{2}, -2 - \sqrt{2})$$

**chuyên Vĩnh Phúc:** Cho  $(C): (x-4)^2 + y^2 = 4$ , điểm  $E(4; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục tung sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến  $MA, MB$  đến  $(C)$  với  $A, B$  là tiếp điểm và đường thẳng  $AB$  đi qua  $E$ .

$$DS: M(0; 4)$$

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013:** Cho  $(C): x^2 + y^2 = 25$ , điểm  $M(1; -2)$ . Đường tròn  $(C')$  có bán kính bằng  $2\sqrt{10}$ . Tìm tọa độ tâm của  $(C')$  sao cho  $(C')$  cắt  $(C)$  theo một dây cung qua  $M$  có độ dài nhỏ nhất.

$$DS: (-1; 2) \text{ hoặc } (3; 6)$$

**chuyên Vĩnh Phúc - 2013:** Cho  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác đều  $ABC$  ngoại tiếp  $(C)$  biết  $A$  thuộc đường thẳng  $d: y = -1$  và  $x_A > 0$ .

$$DS: A(6; -1), B(-4; -1), C(1; 8)$$

**chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013:** Cho điểm  $A(2; 0)$  và  $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ . Tìm tọa độ hai điểm  $B, C$  thuộc  $(C)$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  và có diện tích bằng 4.

$$DS: B(2; -4), B\left(\frac{16}{5}; -\frac{8}{5}\right), B(0; 0), B\left(-\frac{6}{5}; -\frac{12}{5}\right), C(0; -4)$$

**chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương - 2013:** Cho  $(C): x^2 + (y-1)^2 = 1$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d: y - 3 = 0$  sao cho các tiếp tuyến của  $(C)$  kẻ từ  $M$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  $A, B$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MAB$  bằng 4.

$$DS: M(2; 3) \text{ hoặc } M(-2; 3)$$

**Nguyễn Huệ - Phú Yên:** Cho tam giác  $ABC$  có đường tròn ngoại tiếp  $(C): (x-4)^2 + y^2 = 10$ ,  $A(1; 1)$ , trọng tâm  $G\left(\frac{11}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ . Tìm tọa độ của  $B$  và  $C$  ( $y_C > 0$ ).

$$ĐS: B(3; -3), C(7; 1)$$

**Đào Duy Từ - Thanh Hóa:** Cho  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 24 = 0$  có tâm  $I$ ; đường thẳng  $d: 3x + 4y - 28 = 0$ . Chứng minh  $d$  tiếp xúc với  $(C)$ . Tìm tọa độ điểm  $A$  trên  $(C)$ , điểm  $B$  và  $C$  trên  $d$  sao cho tam giác  $ABC$  nhận  $I$  làm trực tâm và trung điểm cạnh  $AC$  thuộc  $(C)$ , biết điểm  $C$  có hoành độ dương.

$$ĐS: A(-2; -4), B(0; 7), C(12; -2)$$

**D09:** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + y^2 = 1$ . Gọi  $I$  là tâm của  $(C)$ . Xác định tọa độ điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho  $\widehat{IMO} = 30^\circ$ .

$$ĐS: M\left(3/2; \pm\sqrt{3}/2\right)$$

**ĐHSP Hà Nội - 2014:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$  ngoại tiếp tam giác  $ABC$  có  $A(4; 7)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B$  và  $C$  biết  $H(4; 5)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: B\left(1-2\sqrt{6}; 2\right), C\left(1+2\sqrt{6}; 2\right) \text{ hoặc } C\left(1-2\sqrt{6}; 2\right), B\left(1+2\sqrt{6}; 2\right)$$

**Hà Nội - Amsterdam - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(1; 5)$ . Tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác  $ABC$  lần lượt là  $I(2; 2)$  và  $K\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B$  và  $C$ .

$$ĐS: B(1; 1), C(4; 1) \text{ hoặc } C(1; 1), B(4; 1)$$

**Ngô Gia Tự - Vĩnh Phúc - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến và phân giác trong đỉnh  $B$  có phương trình lần lượt là  $2x + y - 3 = 0$ ,  $x + y - 2 = 0$ . Điểm  $M(2; 1)$  nằm trên đường thẳng chứa cạnh  $AB$ ; đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  có bán kính bằng  $\sqrt{5}$ . Biết đỉnh  $A$  có hoành độ dương, hãy xác định tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ .

$$ĐS: B(1; 1), A(3; 1), C(1; -3)$$

**Đức Thọ - Hà Tĩnh - 2014:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 9$ , đường thẳng  $\Delta: y = x - 3 + \sqrt{3}$  và điểm  $A(3; 0)$ . Gọi  $M$  là một điểm di động trên  $(C)$  và  $B$  là điểm sao cho tứ giác  $ABMO$  là hình bình hành. Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABM$ , biết  $G$  thuộc  $\Delta$  và  $G$  có tung độ dương.

$$ĐS: G\left(3; \sqrt{3}\right)$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2013:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$  có tâm là  $I$  và đường thẳng  $d: x - y + 1 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $d$  để từ  $M$  có thể kẻ được hai đường thẳng tiếp xúc với  $(C)$  tại  $A, B$  sao cho tứ giác  $IMAB$  là hình vuông.

$$ĐS: M\left(1-2\sqrt{2}; 2-2\sqrt{2}\right) \text{ hoặc } M\left(1+2\sqrt{2}; 2+2\sqrt{2}\right)$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  nhọn. Gọi  $E, F$  lần lượt là chân đường cao hạ từ  $B, C$ . Đỉnh  $A(3; -7)$ , trung điểm của  $BC$  là điểm  $M(-2; 3)$  và đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AEF$  có phương trình  $(C): (x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$ . Xác định tọa độ các điểm  $B$  và  $C$ .

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$  là phương trình đường tròn nội tiếp tam giác đều  $ABC$ . Đường thẳng  $BC$  đi qua điểm  $M\left(\frac{7}{2}; 2\right)$ . Xác định tọa độ điểm  $A$ .

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$  và  $d: 2x + y + 10 = 0$ . Từ một điểm  $M$  bất kỳ trên  $d$  kẻ các tiếp tuyến  $MA$  và  $MB$  đến  $(C)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm). Xác định tọa độ điểm  $M$  sao cho khoảng cách từ  $O$  đến đường thẳng  $AB$  đạt giá trị lớn nhất.

$$ĐS: M\left(\frac{14}{3}; -\frac{58}{3}\right)$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$  và hai điểm  $A(3;5)$  và  $B(5;3)$ . Xác định tọa độ điểm  $M$  trên  $(C)$  sao cho diện tích tam giác  $MAB$  có giá trị lớn nhất.

$$ĐS: M(0; -3)$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 5$  và đường thẳng  $\Delta: 3x - y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $A, B$  trên  $\Delta$  để tam giác  $OAB$  có  $OA = \frac{\sqrt{10}}{5}$  và có cạnh  $OB$  cắt đường tròn  $(C)$  tại  $M$  sao cho  $MA=MB$  (với  $O$  là gốc tọa độ).

$$ĐS: B(2;4), B\left(-\frac{4}{5}; -\frac{22}{5}\right)$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H(5;5)$ , phương trình đường thẳng chứa cạnh  $BC$  là  $x + y - 8 = 0$ . Biết đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  đi qua hai điểm  $M(7;3)$  và  $N(4;2)$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**Phan Chu Trinh - Đà Nẵng - 2014:** Cho đường thẳng  $d: x - y + 3 = 0$ . Qua điểm  $A$  thuộc  $d$  kẻ hai đường thẳng tiếp xúc với đường tròn  $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$  tại  $B$  và  $C$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ của điểm  $A$ , biết  $AG=2$ .

$$ĐS: A(2;5), A(-2;1)$$

**chuyên ĐH Vinh - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(3;3)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp  $I(2;1)$ , phương trình đường phân giác trong góc  $\widehat{BAC}$  là  $x - y = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C$  biết rằng  $BC = \frac{8\sqrt{5}}{5}$  và góc  $\widehat{BAC}$  nhọn.

$$ĐS: B(0;2), C\left(\frac{8}{5}; -\frac{6}{5}\right) \text{ hoặc ngược lại}$$

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H(-1;3)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp  $I(3;-3)$  và chân đường cao kẻ từ đỉnh  $A$  là  $K(-1;1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C$ .

$$ĐS: A(-1;-5), B(5;1), C(1;1) \text{ hoặc } A(-1;-5), B(1;1), C(5;1)$$

**chuyên Lý Tự Trọng - Cần Thơ - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A(-1;1)$  và có tâm đường tròn nội tiếp là  $I(1;5)$ . Đường thẳng vuông góc với  $IA$  tại  $A$  cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AIC$  tại điểm thứ hai là  $D(-7;4)$ . Tìm tọa độ điểm  $B$ .

$$ĐS: B(17;7)$$

**Hà Huy Tập - Nghệ An - 2014:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 25$  ngoại tiếp tam giác nhọn  $ABC$  có tọa độ các chân đường cao hạ từ  $B, C$  lần lượt là  $M(-1;-3), N(2;-3)$ . Hãy tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C$  biết rằng điểm  $A$  có tung độ âm.

$$ĐS: A(0;-5), B(5;0), C(-4;3)$$

**Hà Huy Tập - Nghệ An - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A(0;3)$  và hai điểm  $B, C$  thuộc đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 9$ . Tìm tọa độ của  $B, C$  biết rằng tam giác  $ABC$  có diện tích lớn nhất và điểm  $B$  có hoành độ dương.

$$DS: B\left(\frac{\sqrt{27}}{2}; -\frac{3}{2}\right), C\left(-\frac{\sqrt{27}}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

**chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2014:** Cho điểm  $A(1;-3)$  và đường tròn  $(C): (x-2)^2 + (y+6)^2 = 50$  có tâm là điểm  $I$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho số đo của góc  $\widehat{AMI}$  lớn nhất.

$$DS: M(7;-1), M(-5;-5)$$

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $AB=3AM$ . Đường tròn tâm  $I(1;-1)$  đường kính  $CM$  cắt  $BM$  tại  $D$ . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$  biết đường thẳng  $BC$  đi qua điểm  $N\left(\frac{4}{3}; 0\right)$ , phương trình đường thẳng  $CD$  là  $x-3y-6=0$  và điểm  $C$  có hoành độ dương.

$$DS: A(-2;-1), B(-2;2), C(3;-1)$$

**Nguoithay.vn - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có đường cao  $AH$ ,  $H$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $BC=4BH$ . Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABH$  có phương trình là  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ . Điểm  $A$  nằm trên đường thẳng  $d: 2x - 3y - 7 = 0$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng  $60$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ , biết điểm  $A$  và  $C$  có hoành độ âm.

**Nguoithay.vn - 2014:** Cho đường tròn  $(C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 20$  và đường thẳng  $d: 3x - 4y - 8 = 0$ .

Viết phương trình đường tròn  $(T)$  có tâm nằm trên  $d$  và cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{5}$ , biết đường thẳng  $AB$  tạo với đường thẳng  $d$  một góc  $\alpha$  với  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ .

### 3. Viết phương trình đường thẳng

**B06:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$  và điểm  $M(-3; 1)$ . Gọi  $T_1$  và  $T_2$  là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ  $M$  đến  $(C)$ . Viết phương trình đường thẳng  $T_1T_2$ .

$$DS: \text{Chúng ta tìm tọa độ } (x_0; y_0) \text{ của } T_1, T_2 \text{ thỏa phương trình } 2x + y - 3 = 0.$$

**D11:** Cho điểm  $A(1;0)$  và đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $M$  và  $N$  sao cho tam giác  $AMN$  vuông cân tại  $A$ .

$$DS: \Delta: y = 1 \text{ hoặc } \Delta: y = -3$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho điểm  $M(2; 1)$  và đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua  $M$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  sao cho  $AB$  nhỏ nhất.

**B02(dự bị):** Cho hai đường tròn:  $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$  và  $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .

$$DS: 4 \text{ tiếp tuyến chung: } 2x + y \pm 3\sqrt{5} - 2 = 0; y = -1; y = \frac{4}{3}x - 3$$

**D02(dự bị):** Cho hai đường tròn:  $(C_1): x^2 + y^2 - 10x = 0$ ,  $(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$ . Viết phương trình tiếp tuyến chung của các đường tròn  $(C_1), (C_2)$ .

$$DS: x + 7y - 5 \pm 25\sqrt{2} = 0$$

**B05(dự bị):** Cho 2 đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 = 9$  và  $(C_2): x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ . Viết phương trình trục đẳng phương  $d$  của 2 đường tròn  $(C_1)$  và  $(C_2)$ . Chứng minh rằng nếu  $K$  thuộc  $d$  thì khoảng cách từ  $K$  đến tâm của  $(C_1)$  nhỏ hơn khoảng cách từ  $K$  đến tâm của  $(C_2)$ .

$$DS: d: x + y + 7 = 0, \text{ xét } OK^2 - IK^2 = -16 < 0 \Rightarrow OK < IK$$

**A07(dự đj):** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 1$ . Đường tròn  $(C')$  tâm  $I(2; 2)$  cắt  $(C)$  tại các điểm  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{2}$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

*ĐS: Chú ý  $AB \perp OI$ . Phương trình  $AB: y = -x \pm 1$*

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $\Delta: x - 2y - 4 = 0$  và cắt  $(C)$  theo một dây cung có độ dài bằng 4.

*ĐS:  $d_1: x - 2y + 4 = 0$  hoặc  $d_2: x - 2y - 6 = 0$*

**Phước Bình - Bình Phước:** Cho hai đường tròn  $(C_1): (x-1)^2 + y^2 = 1/2$ ,  $(C_2): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  tiếp xúc với  $(C_1)$  và cắt  $(C_2)$  tại hai điểm phân biệt  $AB$  sao cho  $AB = 2\sqrt{2}$ .

*ĐS:  $x + y - 2 = 0; x - y - 2 = 0; x + 7y - 6 = 0; 7x - y - 2 = 0$*

**Đông Hưng Hà - Thái Bình:** Cho  $(C_1): (x-6)^2 + y^2 = 25$  và  $(C_2): x^2 + y^2 = 13$  cắt nhau tại  $A(2; 3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và cắt  $(C_1), (C_2)$  theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

*ĐS:  $d: x - 2 = 0$  hoặc  $d: x - 3y + 7 = 0$*

**ĐH Vinh:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn  $(C)$ . Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; -3)$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $AB$ . Viết phương trình của  $d$  biết tam giác  $IAB$  có diện tích bằng 8 và  $AB$  là cạnh lớn nhất.

*ĐS:  $d: y + 3 = 0$  hoặc  $d: 4x + 3y + 5 = 0$*

**THPT Lê Xoay:** Cho  $(C_1): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$  và  $(C_2): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 2$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 4)$  cắt  $(C_1)$  tại  $M$ ,  $(C_2)$  tại  $N$  sao cho  $AM = 2AN$ .

*ĐS:  $d: x - 1 = 0$  hoặc  $d: x - 2y + 7 = 0$*

**chuyên Đại học quốc gia Hà Nội:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(7; 3)$  và cắt  $(C)$  tại  $B$  và  $C$  sao cho  $AB = 3AC$ .

*ĐS:  $y - 3 = 0$  hoặc  $12x - 5y - 69 = 0$*

**chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp:** Cho  $(C): x^2 + y^2 - 8x - 9 = 0$  và điểm  $M(1; -1)$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua  $M$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $MA = 3MB$ .

*ĐS:  $2x - y - 3 = 0$  hoặc  $x + 2y + 1 = 0$*

**chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội:** Cho  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$  và điểm  $M(6; 2)$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $MA^2 + MB^2 = 50$ .

*ĐS:  $x + 3y - 12 = 0$  hoặc  $x - 3y = 0$*

**Đặng Thúc Hứa - Nghệ An:** Cho  $(C): x^2 + y^2 - 10x - 10y + 30 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  tiếp xúc với  $(C)$  biết  $d$  cắt tia  $Ox$  tại  $A$ , tia  $Oy$  tại  $B$  sao cho  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{5}$ .

*ĐS:  $d: x + 2y - 5 = 0$  hoặc  $d: 2x + y - 5 = 0$*

**Đại học sư phạm Hà Nội:** Cho điểm  $M(0; 2)$  và  $(H): \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ . Lập phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M$  cắt  $(H)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $\overline{MA} = \frac{5}{3}\overline{MB}$ .

*ĐS:  $d: y = x + 2$  hoặc  $d: y = -x + 2$*

**Sở GD&ĐT Vĩnh Phúc - 2013:** Cho  $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$  và điểm  $M(2; 4\sqrt{3})$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho tam giác  $MAB$  đều.

$$DS: y = 0 \text{ hoặc } y = \frac{4\sqrt{3} - 9}{2}$$

**chuyên Vĩnh Phúc - 2013:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A(4; -13)$  và  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$  là phương trình đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ . Viết phương trình đường thẳng  $BC$ .

$$DS: BC: x - 3y + 7 + 5\sqrt{10} = 0$$

**Đoàn Thượng - Hải Dương - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(-3; 4)$ , đường phân giác trong của góc  $A$  có phương trình  $x + y - 1 = 0$  và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $I(1; 7)$ . Viết phương trình cạnh  $BC$ , biết diện tích tam giác  $ABC$  bằng 4 lần diện tích tam giác  $IBC$ .

$$DS: BC: 15x + 20y - 131 = 0 \text{ hoặc } BC: 9x + 12y - 114 = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2012:** Cho  $M(2; 1)$  và đường tròn  $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  qua  $M$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho độ dài đoạn thẳng  $AB$  nhỏ nhất.

$$DS: d: x - y - 1 = 0$$

**Toán học & Tuổi trẻ - 2014:** Cho hai đường tròn  $(C): x^2 + (y + 1)^2 = 4$  và  $(C'): (x - 1)^2 + y^2 = 2$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  tiếp xúc với  $(C)$  và cắt  $(C')$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB = 2$ .

$$DS: d: y - 1 = 0 \text{ hoặc } d: x - 2 = 0$$

**Quỳnh Lưu 1 - Nghệ An - 2014:** Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(T)$  có tâm  $I(-3/2; 0)$  và  $(T)$  tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta: 4x + 2y - 19 = 0$ . Đường phân giác trong của góc  $A$  có phương trình là  $x - y - 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $BC$ , biết diện tích tam giác  $ABC$  bằng ba lần diện tích tam giác  $IBC$  và điểm  $A$  có tung độ âm.

$$DS: BC: 2x + y - 2 = 0 \text{ hoặc } BC: 4x + 2y + 11 = 0$$

**chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2014:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - x - 9y + 18 = 0$  và hai điểm  $A(4; 1), B(3; -1)$ . Các điểm  $C, D$  thuộc  $(C)$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành. Viết phương trình đường thẳng  $CD$ .

$$DS: CD: 2x - y + 6 = 0 \text{ hoặc } CD: 2x - y + 1 = 0$$

**Nguoithay.vn - 2014:** Cho điểm  $M(3; 1)$  và đường tròn  $(C): (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua  $M$ , cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho khoảng cách từ giao điểm của hai tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  đến trục hoành bằng 3.

\*\*\*\*\*

**CÁC BÀI TOÁN VỀ BA ĐƯỜNG CONIC**

**1. Tìm tọa độ của điểm**

**D08:** Cho parabol  $(P): y^2 = 16x$  và điểm  $A(1; 4)$ . Hai điểm phân biệt  $B, C$  ( $B$  và  $C$  khác  $A$ ) di động trên  $(P)$  sao cho góc  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $BC$  luôn đi qua một điểm cố định.

*ĐS: Viết PT đường thẳng  $BC \Rightarrow BC$  đi qua điểm cố định  $I(17; -4)$*

**A10:** Cho elip  $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ . Tìm tọa độ các điểm  $A$  và  $B$  thuộc  $(E)$ , có hoành độ dương sao cho tam giác  $OAB$  cân tại  $O$  và có diện tích lớn nhất.

*ĐS:  $A\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  hoặc  $A\left(\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$*

**A03(dự bị):** Cho parabol  $y^2 = x$  và điểm  $I(0; 2)$ . Tìm tọa độ hai điểm  $M, N$  thuộc  $(P)$  sao cho  $\overline{IM} = 4\overline{IN}$ .

*ĐS:  $M(4; -2), N(1; 1)$  hoặc  $M(36; 6), N(9; 3)$*

**D05:** Cho điểm  $C(2; 0)$  và elip  $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B$  thuộc  $(E)$ , biết rằng hai điểm  $A, B$  đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác  $ABC$  là tam giác đều.

*ĐS:  $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$  hoặc  $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$*

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho  $A(3; 0)$  và  $(E): \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ . Tìm tọa độ các điểm  $B, C$  thuộc  $(E)$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho  $(P): y^2 = x$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  và  $C$  trên  $(P)$  sao cho tam giác  $OBC$  đều.

*ĐS:  $B(6; 2\sqrt{3}), C(6; -\sqrt{3})$  hoặc  $C(6; 2\sqrt{3}), B(6; -\sqrt{3})$*

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho  $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$  và điểm  $A(0; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $B$  và  $C$  trên  $(E)$  sao cho tam giác  $ABC$  đều.

*ĐS:  $B\left(\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right), C\left(-\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right)$  hoặc  $C\left(\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right), B\left(-\frac{16\sqrt{3}}{13}; -\frac{22}{13}\right)$*

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho  $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  và một tiêu điểm  $F_1(-3; 0)$ . Tìm tọa độ điểm  $A$  trên  $(E)$  sao cho  $AF_1$  nhỏ nhất.

*ĐS:  $A(-5; 0)$  và  $AF_1 = 2$*

**Chu Văn An - Hà Nội - 2014:** Cho  $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  có hai tiêu điểm  $F_1$  và  $F_2$  với  $x_{F_1} < 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên  $(E)$  sao cho  $MF_1^2 + 2MF_2^2$  nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

*ĐS:  $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \pm \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$  và giá trị nhỏ nhất là 36.*

**Nguoithay.vn - 2014:** Cho  $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$  có hai tiêu điểm  $F_1$  và  $F_2$  với  $x_{F_1} < 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên  $(E)$  sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $MF_1F_2$  bằng  $\frac{2}{3}$ .

## 2. Viết phương trình ba đường conic

**A08:** Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  biết rằng  $(E)$  có tâm sai bằng  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  và hình chữ nhật cơ sở của  $(E)$  có chu vi bằng 20.

$$DS: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

**A12:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 8$ . Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  có độ dài trục lớn bằng 8 và  $(E)$  cắt  $(C)$  tại 4 điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

$$DS: (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$$

**B12:** Cho hình thoi  $ABCD$  có  $AC = 2BD$  và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình  $x^2 + y^2 = 4$ . Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  đi qua các đỉnh của hình thoi biết  $A$  thuộc  $Ox$ .

$$DS: (E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$$

**A06(dự bị):** Cho elip  $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{2} = 1$ . Viết phương trình hypebol  $(H)$  có hai đường tiệm cận là  $y = \pm 2x$  và có hai tiêu điểm là hai tiêu điểm của elip  $(E)$ .

$$DS: (H): \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$$

**D06(dự bị):** Lập phương trình chính tắc của elip  $(E)$  có độ dài trục lớn bằng  $4\sqrt{2}$ , các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của  $(E)$  cùng nằm trên một đường tròn.

$$DS: (E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho elip  $(E)$  đi qua điểm  $M(-2; -3)$  và có phương trình đường chuẩn là  $x + 8 = 0$ . Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$ .

$$DS: (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \text{ hoặc } (E): \frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{39} = 1$$

**Toán học & Tuổi trẻ:** Cho parabol  $(P): y^2 = x$  và điểm  $M(1; -1)$ . Giả sử  $A, B$  là hai điểm phân biệt khác  $M$ , thay đổi trên  $(P)$  sao cho  $MA \perp MB$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $AB$  luôn đi qua một điểm cố định.

**chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 16$ . Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  có tâm sai  $e = 1/2$  biết elip cắt  $(C)$  tại 4 điểm  $A, B, C, D$  sao cho  $AB$  song song với trục hoành và  $AB = 2CD$ .

$$DS: (E): \frac{x^2}{\frac{256}{15}} + \frac{y^2}{64} = 1$$



**chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2013:** Cho parabol  $(P): y^2 = 4x$ . Đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M\left(\frac{5}{2}; 1\right)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm  $E$  và  $F$  sao cho  $ME=MF$ . Tính độ dài đoạn  $EF$ .

$$DS: E(4;4), F(1;-2), EF = 3\sqrt{5}$$

**Đào Duy Từ - Thanh Hóa:** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 10x + 16 = 0$  và điểm  $T(1; 0)$ . Viết phương trình chính tắc của hypebol  $(H)$  biết  $(H)$  nhận tâm của  $(C)$  làm một tiêu điểm và có hai tiệm cận lần lượt song song với hai tiếp tuyến kẻ từ điểm  $T$  đến  $(C)$ .

$$DS: (H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{25} = 1$$

**chuyên ĐH Vinh:** Cho parabol  $(P): y^2 = 4x$  có tiêu điểm  $F$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn điều kiện

$\overline{FM} = -3\overline{FO}$ ;  $d$  là đường thẳng bất kỳ đi qua  $M$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Chứng minh tam giác  $OAB$  là tam giác vuông.

**chuyên Vĩnh Phúc:** Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  biết rằng có một đỉnh và hai tiêu điểm của  $(E)$  tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của  $(E)$  bằng  $24 + 12\sqrt{3}$ .

$$DS: (E): \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$$

**chuyên Quốc Học Huế - 2013:** Cho elip  $(E)$  có hai tiêu điểm  $F_1$  và  $F_2$  với  $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ . Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  biết rằng tồn tại một điểm  $M$  thuộc elip  $(E)$  sao cho tam giác  $F_1MF_2$  có diện tích bằng 1 và vuông tại  $M$ .

$$DS: (E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$$

**chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013:** Viết phương trình chính tắc của hypebol  $(H)$ , biết hình chữ nhật cơ sở của  $(H)$  có diện tích bằng 48 và một đường chuẩn của  $(H)$  có phương trình  $5x + 16 = 0$ .

$$DS: (H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

**chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2013:** Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  biết rằng khi  $M$  thay đổi trên  $(E)$  thì độ dài nhỏ nhất của  $OM$  bằng 4 và độ dài lớn nhất của  $MF_1$  bằng 8 với  $F_1$  là tiêu điểm có hoành độ âm.

$$DS: (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

**Hà Huy Tập - Nghệ An - 2014:** Viết phương trình chính tắc của elip  $(E)$  biết rằng  $(E)$  có tâm sai bằng  $\frac{4}{5}$  và đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của  $(E)$  có phương trình  $x^2 + y^2 = 34$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên  $(E)$  sao cho  $M$  nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông và  $M$  có hoành độ dương.

$$DS: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1; M\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm \frac{9}{4}\right)$$

\*\*\*\*\*

Upload By TaiLieuTHPT.Net