MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG TÂM TỶ CỰ

1. Các bài toán mở đầu.

Bài toán 1.

Cho hình vuông ABCD. Tìm điểm M thoả mãn :

$$\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}=5.\overrightarrow{AD}.$$

Giải.

Cách 1. Gọi G là tâm của hình vuông ABCD.

$\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}=5.\overrightarrow{AD}$

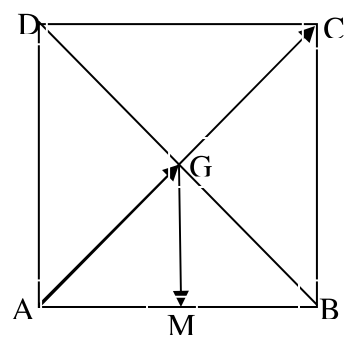
$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MD}=5.\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MG}+8\overrightarrow{MG}=5.\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Cách 2. Gọi G là điểm sao cho $\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+4\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ (1)

Khi đó $\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}=5.\overrightarrow{AD}$

$$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GM}\right)+4\left(\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GM}\right)+\left(\overrightarrow{GC}-\overrightarrow{GM}\right)+4\left(\overrightarrow{GD}-\overrightarrow{GM}\right)=5.\overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow -10.\overrightarrow{GM}=5.\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$



Cần phải xác định G từ (1): $\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+4\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

Với mỗi O ta có:

$\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OG}\right)+4\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OG}\right)+\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OG}\right)+4\left(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OG}\right)=\vec{0}$

$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{10}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{10}\overrightarrow{OC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OD}.$

Chọn O $\equiv$ A: $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{10}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}.$

Mặt khác $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. Suy ra $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Bình luận: *Một lời giải ngắn gọn như cách 1 là nhờ vào các hệ số đặc biệt để có thể áp dụng ngay tính chất " M trung điểm của AB* $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OM}, \forall O$ *", nhưng rất khó áp dụng cho Bài toán 2 dưới đây, trong khi cách 2 lại có hiệu quả.*

Bài toán 2.

Cho hình vuông ABCD. Tìm điểm M thoả mãn :

$$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}=5.\overrightarrow{AD}.$$

Giải.

Gọi G là điểm thoả mãn: $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}+4\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ (1). Khi đó:

$$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}+4\overrightarrow{MD}=5.\overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GM}\right)+2\left(\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GM}\right)+3\left(\overrightarrow{GC}-\overrightarrow{GM}\right)+4\left(\overrightarrow{GD}-\overrightarrow{GM}\right)=5.\overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow -10.\overrightarrow{GM}=5.\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.$$

Với mỗi O, ta có:

$(1) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OG}\right)+2\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OG}\right)+3\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OG}\right)+4\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OG}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OG}=\frac{1}{10}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{3}{10}\overrightarrow{OC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OD}$.

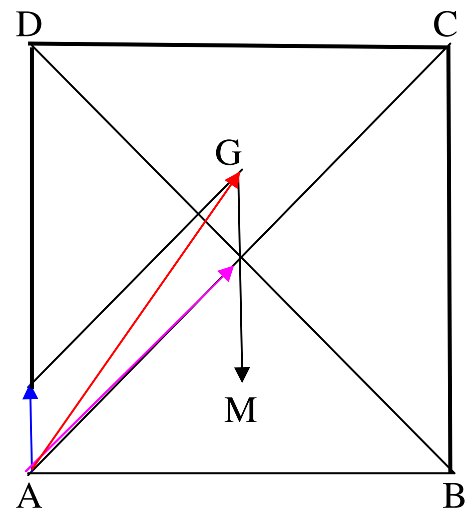
O $\equiv$ A:

$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{10}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$

Mặt khác $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

nên $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$

Bình luận: *Điểm G được xác định như thế là tâm tỷ cự của hệ điểm A, B, C, D cùng bộ số thực 1, 2, 3, 4.*



2. Tâm tỷ cự là gì ?

Cho hệ điểm $\{A_i\}_{i=\overline{1,n}}$ cùng với bộ số thực $\{k_i\}_{i=\overline{1,n}}$ sao cho $\sum_{i=1}^{n}k_i \neq 0$, bao giờ cũng tồn tại và duy nhất điểm G sao cho $\sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{GA_i}=\vec{0}$ (1).

Thật vậy, với một điểm O tuỳ ý:

$$\sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{GA_i}=\vec{0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}k_i\left(\overrightarrow{OA_i}-\overrightarrow{OG}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{OG}=\sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{OA_i} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG}=\frac{\sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{OA_i}}{\sum_{i=1}^{n}k_i} \quad (2).$$

Nếu còn có G' sao cho $\sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{G'A_i}=\vec{0}$ (3), trừ từng vế (1) và (3) ta có

$$\sum_{i=1}^{n}k_i\left(\overrightarrow{GA_i}-\overrightarrow{G'A_i}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}k_i\left(\overrightarrow{GA_i}+\overrightarrow{A_iG'}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{GG'}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GG'}=\vec{0};$$

hoặc là, tương tự G, ta có $\overrightarrow{OG'}=\frac{\sum_{i=1}^{n}k_i\overrightarrow{OA_i}}{\sum_{i=1}^{n}k_i}$ (4), khi đó từ (2) và (4) suy ra $\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OG'}$.

Cả hai cách đều dẫn đến G' $\equiv$ G.

Điểm G được gọi là ***tâm tỷ cự*** của hệ điểm $\{A_i\}_{i=\overline{1,n}}$ cùng với bộ số thực $\{k_i\}_{i=\overline{1,n}}$, viết tắt $\{A_i(k_i)\}_{i=\overline{1,n}}$.

Khi $k_1 = k_2 = \ldots k_n \neq 0$ thì G được gọi là ***trọng tâm*** của hệ điểm $\{A_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

- ***Sau đây là một số kết quả đặc biệt.***

KQUẢ1. Cho hai điểm A, B phân biệt và các số thực α, β không đồng thời bằng không.
Vì $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{AB}$ nên:

1) Nếu $\alpha+\beta=0$ thì không tồn tại M sao cho $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.
2) Nếu $\alpha+\beta\neq 0$ thì tồn tại duy nhất M sao cho $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

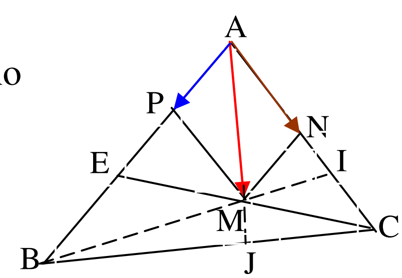
Khi đó, với mỗi điểm O, ta có: $\overrightarrow{OM}=\dfrac{\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}}{\alpha+\beta}$, chẳng hạn $\overrightarrow{AM}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$

KQUẢ2. Cho tam giác ABC và các số thực α, β, γ không đồng thời bằng không. Vì $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{AB}+\gamma\overrightarrow{AC}$ nên:

1) Nếu $\alpha+\beta+\gamma=0$ thì không tồn tại M sao cho
$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=\vec{0}.$$
2) Nếu $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ thì tồn tại duy nhất M sao cho
$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=\vec{0}.$$

Khi đó, với mỗi điểm O, ta có:
$$\overrightarrow{OM}=\frac{\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}+\gamma\overrightarrow{OC}}{\alpha+\beta+\gamma},\text{ chẳng hạn } \overrightarrow{AM}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$$

3. Các ví dụ áp dụng.



VD1. Cho tam giác ABC . Tìm điểm M sao cho

a) $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$
b) $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

HD. a) Theo KQUẢ2. với $\alpha=1,\beta=2,\gamma=3$, suy ra với mỗi O:
$$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$$

Cách 1: Chọn O $\equiv$ A, ta có $\overrightarrow{AM}=\dfrac{2}{6}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{6}\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Khi đó điểm M là dỉnh của hình bình hành APMN, tromg đó:
$$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\qquad \overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

Cách 2. Chọn O $\equiv$ C, ta có $\overrightarrow{CM}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{CA}+\dfrac{2}{6}\overrightarrow{CB}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

Cách 3. Chọn O $\equiv$ B, ta có $\overrightarrow{BM}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{BA}+\dfrac{3}{6}\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{BA}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

Theo KQUẢ1.

Cách 4. Tồn tại E sao cho $\overrightarrow{EA}+2\overrightarrow{EB}=\vec{0}$
Khi đó $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{ME}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{ME}=-\overrightarrow{MC}$
Cách 5. Ttồn tại I sao cho $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Khi đó $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MI}=-2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MB}$

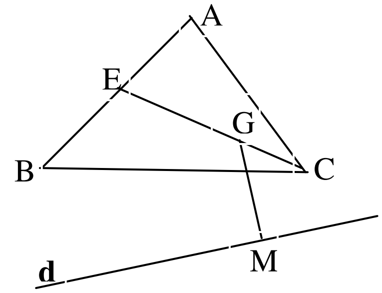
Cách 6. Tồn tại J sao cho $2\overrightarrow{JB}+3\overrightarrow{JC}=\vec{0}$

Khi đó $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{MJ}=-\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MJ}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{MA}$

b) Theo KQUẢ2. với $\alpha=1,\beta=2,\gamma=-3 \Rightarrow \alpha+\beta+\gamma=0$ suy ra không có điểm M nào như hế.

VD2. Cho tam giác ABC và đường thẳng d. Tìm điểm M trên d sao cho

$$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}\right| \text{ nhỏ nhất.}$$



HD. Với G là điểm sao cho $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+3.\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ (1).

Khi đó: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}\right|=\left|6.\overrightarrow{MG}\right|=6MG$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MG nhỏ nhất

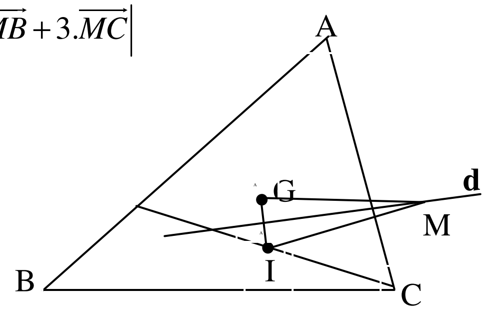
$\Leftrightarrow$ M là hình chiếu của G trên d.

Theo KQUẢ2. với $\alpha=1,\beta=1,\gamma=3$:

(1) $\Leftrightarrow \overrightarrow{CG}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{5}\overrightarrow{CB}=\dfrac{1}{5}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{CE}$ (E là trung điểm của cạnh AB)

VD3. Cho tam giác ABC. Tìm tập hợp những điểm M sao cho

$$2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MA}+2.\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}\right|$$



HD. Với G là trọng tâm tam giác ABC,

ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3.\overrightarrow{MG}$.

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA}+2.\overrightarrow{IB}+3.\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

(I được xác định như M trong VD1.a)

Khi đó: $2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=2\left|3.\overrightarrow{MG}\right|$ = 6MG,

$\left|\overrightarrow{MA}+2.\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}\right|=\left|6.\overrightarrow{MI}\right|$ = 6MI

Từ giả thiết, suy ra: MG = MI $\Leftrightarrow$ M thuộc trung trực **d** của đoạn GI.

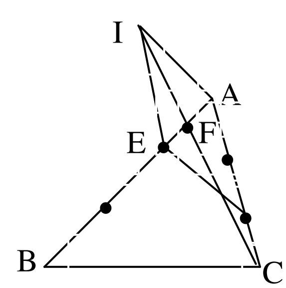
VD4. Cho tam giác ABC, hai điểm M, N thay đổi sao cho:

$$\overrightarrow{MN}=4.\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2.\overrightarrow{MC}$$

Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

HD. Gọi I là điểm sao cho $4.\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-2.\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ (1)

$\overrightarrow{MN}=4.\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2.\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}=-2.\overrightarrow{IN}$. Suy ra (MN) đi qua I là điểm cố định, hoàn toàn được xác định bởi (1).



Thật vậy, Theo KQUẢ2. với $\alpha=4,\beta=1,\gamma=-2$,

suy ra: $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Cách 2. Theo Theo KQUẢ1. tồn tại F sao cho $4.\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$

(1) $\Leftrightarrow -5.\overrightarrow{FI} = 2.\overrightarrow{IC} \Leftrightarrow \overrightarrow{FI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{FC}$

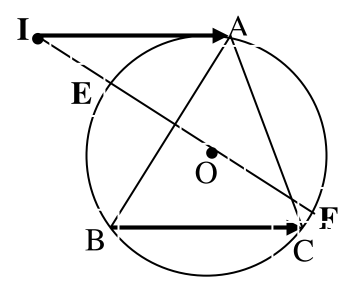
Cách 3.

Ta có thể có cách tìm I theo cách sau:

$$4.\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - 2.\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2.\overrightarrow{IA} - 2.\overrightarrow{IC} + 2.\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow 2.\overrightarrow{CA} + 3.\overrightarrow{IE} + 2.\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$$

Chọn E sao cho $2.\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{EI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$

VD5. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp trong đường tròn (O). Tìm điểm M thuộc (O) sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất, lớn nhất.



HD. Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ (1)

Khi đó $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{IM}\right|$ = IM

(1) $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BC}$.

Tam giác ABC nhọn nên I ở ngoài (O).

Như thế IM lớn nhất, nhỏ nhất khi đường thẳng IM đi qua tâm (O).

Cụ thể là:

$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ M $\equiv$ F, $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M $\equiv$ E.

VD6. Cho tứ giác ABCD. Tìm tập hợp những điểm M sao cho

$$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right| = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right|$$

HD. Gọi G là điểm sao cho $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ giác)

$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right| = \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right| \Leftrightarrow \left|4.\overrightarrow{GM}\right| = \left|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\right|$

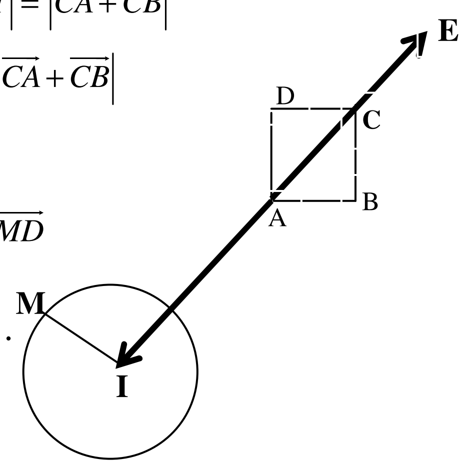
$\Leftrightarrow$ M thuộc đường tròn tâm G bán kính R = $\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\right|$

VD7. Cho hình vuông ABCD cạnh a.

Một điểm M di động thoả mãn:

$$T = 4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$$

Tìm tập hợp M sao cho $|T|$ = a.



HD. Gọi I là điểm sao cho $4\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Khi đó T = - $\overrightarrow{IM}$ $\Rightarrow$ a = $|T|$ = IM.

Suy ra M thuộc đường tròn (I, a).

Ta chỉ cần xác định I:

Theo Theo KQUẢ2. với $\alpha = 4, \beta = -1, \gamma = -1, \delta = -1$

suy ra: $\overrightarrow{AI} = -\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = -2\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AE}$

4. Các bài toán tương tự.

4.1. Cho tam giác ABC. Tìm điểm M thoả:

a) $\overrightarrow{MA}+2.\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}=4.\overrightarrow{AC}$
b) $\overrightarrow{MA}-4.\overrightarrow{MB}+5.\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{AC}$
c) $2.\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

4.2. Cho tứ giác ABCD. Tìm điểm M thoả:
a) $\overrightarrow{MA}-2.\overrightarrow{MB}+3.\overrightarrow{MC}-4\overrightarrow{MD}.=\overrightarrow{AB}$
b) $2.\overrightarrow{MA}+3.\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}=-2.\overrightarrow{AC}$

4.3. Cho tam giác ABC. Tìm điểm M để $\left|3.\overrightarrow{MA}+2.\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị bé nhất.

4.4. Cho tam giác ABC và số thực $k\neq 1$. E, F thay đổi sao cho: $\overrightarrow{EF}=2.\overrightarrow{EA}-3.\overrightarrow{EB}+k.\overrightarrow{EC}$. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn luôn đi qua một điểm cố định.

4.5. Cho tam ABC và số thực $k\neq -5$. E, F thay đổi sao cho: $\overrightarrow{EF}=2.\overrightarrow{EA}+3.\overrightarrow{EB}+k.\overrightarrow{EC}$. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn luôn đi qua một điểm cố định.

4.6. Cho tam ABC và số thực k. Tìm tập hợp các điểm M thoả:

$$\overrightarrow{MA}+2.\overrightarrow{MB}+k.\overrightarrow{MC}=\vec{0}$$

4.7. Cho tứ giác ABCD và số thực k. Tìm tập hợp các điểm M thoả:

$$\left|\overrightarrow{MA}+3.\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=k\left|\overrightarrow{MD}\right|$$